

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОНЛАЙН-ВЕРСИИ ПАКЕТА WOLFRAM MATHEMATICA ПРИ РАСЧЕТЕ ОТКЛИКА ЛЭЦ НА ИМПУЛЬСНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

А.Ф. Шиян

22.01.2015

Исследование переходного процесса возникающего в линейной электрической цепи (ЛЭЦ) в ответ на входное импульсное воздействие сложной формы (отклика электрической цепи на импульсное воздействие сложной формы) – задача трудоемкая, решаемая спектральным операторным или временным методами.

Достаточно широкие возможности для расчета переходных процессов в линейных электрических цепях (ЛЭЦ) предоставляет пользователю пакет компьютерной алгебры WOLFRAM MATHEMATICA. Впрочем, данный пакет применяется студентами и курсантами МГТУ достаточно ограниченно: во-первых он дорог, во-вторых – ему есть достойные бесплатные альтернативы (в частности, пакет компьютерной математики SCILAB).

Однако в некоторых задачах, например, при вычислении интеграла Дюамеля, пока пакет WOLFRAM MATHEMATICA более удобен. Сегодня появилась бесплатная онлайн-версия этого продукта. Основатель и исполнительный директор фирмы Wolfram, Стивен Вольфрам, сообщил, что почти все особенности компьютерных приложений будут доступны в браузерной версии пакета WOLFRAM MATHEMATICA.

Проверим справедливость этого утверждения на примере решения конкретной задачи.

Рассчитаем временным методом отклик тока конденсатора, включенного в ветвь ЛЭЦ, в ответ на входное импульсное воздействие сложной формы (рис. 1).

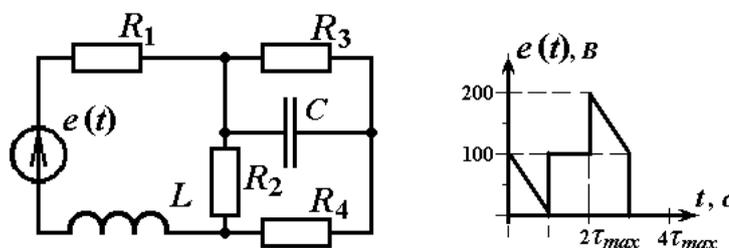


Рис. 1

Параметры элементов цепи известны:  $R_1 = R_3 = 100 \text{ Ом}$ ;  $L = 0,35 \text{ Гн}$ ;  
 $C = 30 \text{ мкФ}$ ;  $R_2 = R_4 = 20 \text{ Ом}$ ;

**Решение.**

**1. Составим операторную схему замещения ЛЭЦ  
 для расчета переходной проводимости**

Для составления операторной схемы замещения исследуемой ЛЭЦ катушку и конденсатор исходной цепи заменяем их операторными изображениями для нулевых начальных условий, рис. 2. Катушку заменили операторным сопротивлением  $Lp$ , конденсатор – операторным сопротивлением  $1/Cp$ .

Примем величину источника входного питания равной 1 В. В этом случае оригинал операторного изображения тока ветви с конденсатором будет равен переходной проводимости.

На операторной схеме система контуров выбрана таким образом, чтобы при расчете операторного тока конденсатора методом контурных токов, достаточно было найти лишь ток первого контура  $I_{11}(p)$ , равный искомому  $I_C(p)$ .

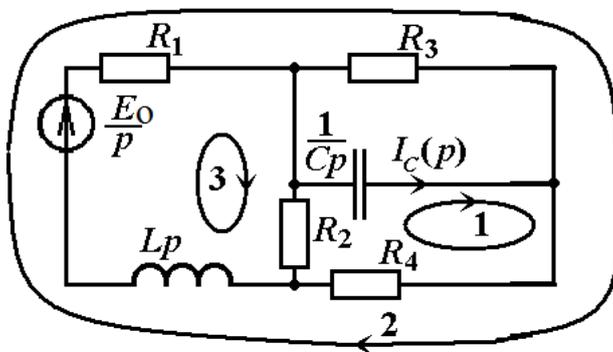


Рис. 2

**2. Методом контурных токов рассчитаем  
 операторное изображение тока конденсатора,  
 для расчета передаточной функцию цепи по проводимости,  
 и переходную проводимость**

Для расчета операторного тока конденсатора  $I_C(p)$  методом контурных токов, составим систему контурных уравнений, соответствующих схеме цепи.

Все элементы полученной нами системы контурных токов являются операторными изображениями сопротивлений токов и ЭДС. Матричное уравнение, описывающее исследуемую цепь в соответствии с методом контурных токов, имеет следующий вид:

$$[Z_k][I_k] = [E_k],$$

где  $[Z_k]$  – матрица контурных сопротивлений, ее коэффициенты:

$$Z_{11} = R_2 + R_4 + 1/Cp; \quad Z_{22} = R_1 + R_3 + R_4 + Lp;$$

$$Z_{33} = R_1 + R_2 + Lp; \quad Z_{12} = Z_{21} = R_4;$$

$$Z_{13} = Z_{31} = -R_2; \quad Z_{23} = Z_{32} = R_1 + Lp;$$

$[I_k]$  – матрица операторных изображений контурных токов, ее элементы нам неизвестны. Первый элемент этой матрицы – операторное изображение тока первого контура мы должны найти.

$[E_k]$  – матрица операторных изображений контурных ЭДС, ее коэффициенты рассчитаем следующим образом:

$$E_{11} = 0; \quad E_{22} = E_{33} = E/p = 1/p;$$

Используя пакет Mathematica<sup>1</sup> решим это матричное уравнение. Регистрация аккаунта на сайте с онлайн-версией пакета Wolfram Mathematica описана нами ранее, адрес этой публикации в Интернете [http://af-toe-mgtu.ucoz.ru/index/online\\_versija\\_wolfram\\_mathematica/0-31](http://af-toe-mgtu.ucoz.ru/index/online_versija_wolfram_mathematica/0-31).

Для решения задачи выходим на Интернет-страницу <https://www.wolframcloud.com/>, с которой, кликнув пиктограмму с надписью «**WOLFRAM Mathematica Online**», перейдем на страницу входа в свой аккаунт.

Открыв ячейку ввода в окне блокнота, введем программный код для решения нашей задачи, см. рис. 3.

---

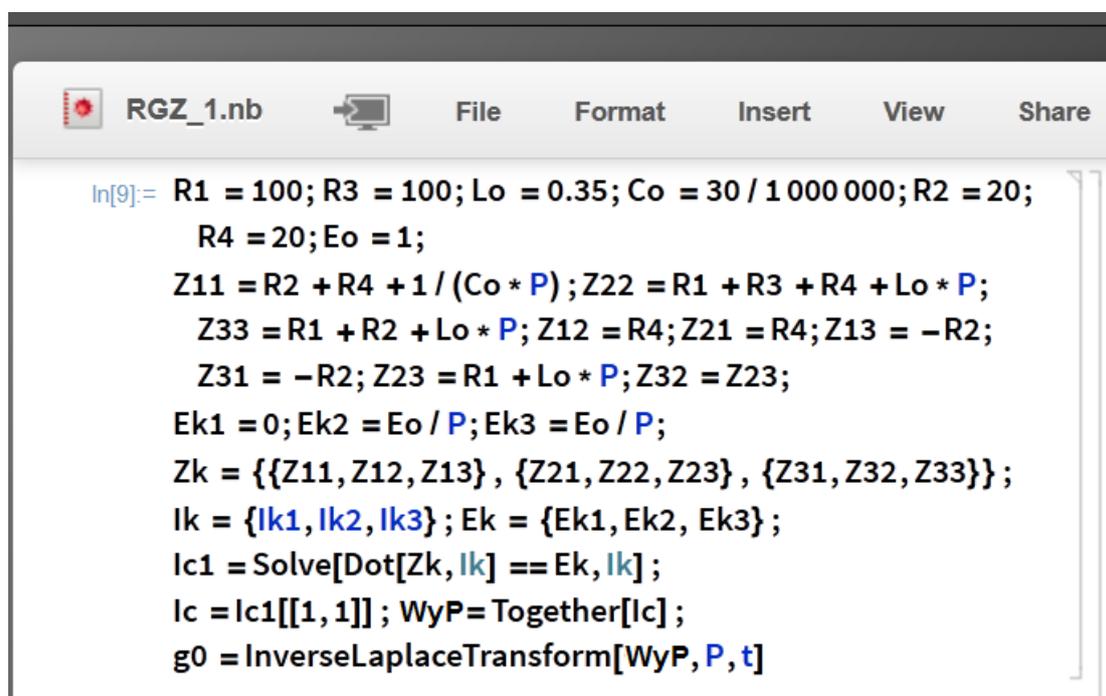
<sup>1</sup> Иллюстрированный самоучитель по работе с пакетом Wolfram Mathematica находится по адресу <http://samoucka.ru/document21804.html>

В первых двух строках кода:

```
R1 = 100; R3 = 100; Lo = 0.35; Co = 30/1000000; R2 = 20;  
R4 = 20; Eo = 1;
```

выполнен ввод числовых данных.

Следует обратить внимание на то, что многие заглавные символы алфавита зарезервированы пакетом Wolfram Mathematica в качестве служебных. Например, **I** – этим символом обозначается мнимая единица, **E** – основание натурального логарифма, и т.д. Поэтому мы усложняли символьные обозначения, например, ЭДС – **Eo**, индуктивность – **Lo**.



```
In[9]:= R1 = 100; R3 = 100; Lo = 0.35; Co = 30 / 1 000 000; R2 = 20;  
R4 = 20; Eo = 1;  
Z11 = R2 + R4 + 1 / (Co * P); Z22 = R1 + R3 + R4 + Lo * P;  
Z33 = R1 + R2 + Lo * P; Z12 = R4; Z21 = R4; Z13 = -R2;  
Z31 = -R2; Z23 = R1 + Lo * P; Z32 = Z23;  
Ek1 = 0; Ek2 = Eo / P; Ek3 = Eo / P;  
Zk = {{Z11, Z12, Z13}, {Z21, Z22, Z23}, {Z31, Z32, Z33}};  
lk = {lk1, lk2, lk3}; Ek = {Ek1, Ek2, Ek3};  
lc1 = Solve[Dot[Zk, lk] == Ek, lk];  
lc = lc1[[1, 1]]; WyP = Together[lc];  
g0 = InverseLaplaceTransform[WyP, P, t]
```

Рис. 3

В следующих трех строках кода:

```
Z11 = R2 + R4 + 1/(Co*P); Z22 = R1 + R3 + R4 + Lo*P;  
Z33 = R1 + R2 + Lo*P; Z12 = R4; Z21 = R4; Z13 = -R2;  
Z31 = -R2; Z23 = R1 + Lo*P; Z32 = Z23;
```

выполнен расчет коэффициентов матрицы контурных сопротивлений.

В шестой строке кода:

```
Ek1 = 0; Ek2 = Eo/P; Ek3 = Eo/P;
```

рассчитываются коэффициенты матрицы контурных ЭДС.

В седьмой и восьмой строках:

$$\mathbf{Zk} = \{\{z_{11}, z_{12}, z_{13}\}, \{z_{21}, z_{22}, z_{23}\}, \{z_{31}, z_{32}, z_{33}\}\};$$

$$\mathbf{Ik} = \{Ik_1, Ik_2, Ik_3\}; \mathbf{Ek} = \{Ek_1, Ek_2, Ek_3\};$$

объявлены матрицы контурных сопротивлений, контурных токов и контурных ЭДС:

В девятой строке:

$$\mathbf{Ic1} = \text{Solve}[\text{Dot}[\mathbf{Zk}, \mathbf{Ik}] == \mathbf{Ek}, \mathbf{Ik}];$$

переменной **Ic1** присваивается результат решения матричного уравнения. Команда **Solve** в этой строке вызывает подпрограмму решения. Параметрами этой команды является матричное уравнение и искомая матрица **Ik**. Команда **Dot** объявляет матричное умножение матриц **Zk** и **Ik**.

В десятой строке:

$$\mathbf{Ic} = \mathbf{Ic1}[[1, 1]]; \mathbf{WyP} = \text{Together}[\mathbf{Ic}]$$

переменной **Ic** присваивается операторное изображение первого контурного тока, т.к. в матрице **Ic1** он расположен в строке 1 и в столбце 1. Далее, переменной **WyP** присваивается операторное изображение первого контурного тока, приведенное командой **Together** к общему знаменателю.

Наконец в 11 строке:

$$\mathbf{g0} = \text{InverseLaplaceTransform}[\mathbf{WyP}, P, t]$$

выполняется обратное преобразование по Лапласу и переменной **g0** присваивается оригинал – искомое значение переходной проводимости исследуемой цепи.

Для запуска командного кода на исполнение нажимаем клавишу «**Enter**» на цифровой клавиатуре или комбинацию клавиш «**Shift + Enter**» на основной клавиатуре. На рис. 4 показан результат исполнения командного кода.

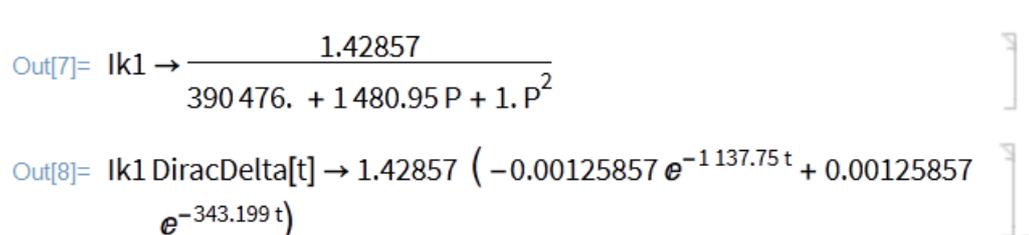

$$\begin{aligned} \text{Out[7]}= Ik_1 &\rightarrow \frac{1.42857}{390476. + 1480.95 P + 1. P^2} \\ \text{Out[8]}= Ik_1 \text{ DiracDelta}[t] &\rightarrow 1.42857 \left( -0.00125857 e^{-1137.75 t} + 0.00125857 e^{-343.199 t} \right) \end{aligned}$$

Рис. 4

Таким образом, передаточная функция по проводимости имеет вид:

$$W_Y(p) = \frac{1,42857}{390476 + 1480,95 p + p^2},$$

Соответственно, переходная проводимость цепи

$$g(t) = 1,42857(-0,00125857 e^{-1137,75t} + 0,00125857 e^{-343,199t})$$

Чтобы раскрыть скобки полученного выражения дополним программный код командой **Expand[g0]**. Модифицированный программный код показан на рис. 5.

```

In[1]:= "Расчет передаточной функции";
R1 = 100; R3 = 100; Lo = 0.35; Co = 30 / 1 000 000; R2 = 20;
R4 = 20; Eo = 1;
Z11 = R2 + R4 + 1 / (Co * P); Z22 = R1 + R3 + R4 + Lo * P;
Z33 = R1 + R2 + Lo * P; Z12 = R4; Z21 = R4; Z13 = -R2;
Z31 = -R2; Z23 = R1 + Lo * P; Z32 = Z23;
Ek1 = 0; Ek2 = Eo / P; Ek3 = Eo / P;
Zk = {{Z11, Z12, Z13}, {Z21, Z22, Z23}, {Z31, Z32, Z33}};
Ik = {Ik1, Ik2, Ik3}; Ek = {Ek1, Ek2, Ek3};
Ic1 = Solve[Dot[Zk, Ik] == Ek, Ik];
Ic = Ic1[[1, 1]]; WyP = Together[Ic]
"Расчет переходной проводимости";
g0 = InverseLaplaceTransform[WyP, P, t]; Expand[g0]

Out[7]= Ik1 -> 1.42857 / (390476. + 1480.95 P + P^2)

Out[8]= Ik1 DiracDelta[t] -> -0.00179796 e^{-1137.75 t} + 0.00179796 e^{-343.199 t}

```

Рис. 5

Таким образом, выражение для переходной проводимости цепи:

$$g(t) = -0,00179796 e^{-1137,75 t} + 0,00179796 e^{-343,199 t};$$

### 3. Расчет отклика тока ветви с конденсатором методом интеграла Дюамеля

#### 3.1. Исследование входного импульса.

##### Деление его на однородные участки

Деление входного импульса на однородные участки выполняем таким образом (рис. 6), чтобы в пределах одного участка график функции  $u(t)$  можно было представить простым аналитическим выражением:

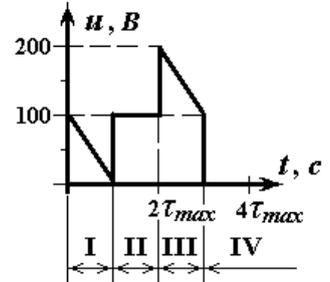


Рис. 6

- на первом участке входной импульс делает скачок на 100 В, а затем линейно снижается до 0 В;
- на втором участке входной импульс делает скачок на 100 В, а далее не меняет своего уровня;
- на третьем участке входной импульс делает скачок на 100 В, а затем линейно снижается с 200 до 100 В;
- на четвертом участке входной импульс скачком падает от 100 В до 0, чем входной импульс и завершается;
- продолжительность по времени каждого из трех первых участков:  
 $\tau_{\max} = -1/p_{\min} = 1/343,199 \approx 0,00291376 \text{ с} \approx 3 \text{ мс}$ .

Примем  $\tau_{\max} = 0,003 \text{ с}$ .

#### 3.2. Интеграл Дюамеля и отклик тока конденсатора на первом участке

Для первого участка интеграл Дюамеля для вычисления отклика тока в ветви с конденсатором имеет вид:

$$i_1(t) = \Delta u_1 g(t) + \int_0^t u_1' g(t - \theta) d\theta.$$

В этом уравнении  $\Delta u_1$  – скачок напряжения входного сигнала на первом участке,

$$\Delta u_1 = 100 \text{ В},$$

а  $u'$  – скорость изменения входного сигнала на этом участке, равна тангенсу угла наклона графика:

$$u_1' = \Delta u_1 / \tau_{\max} = -100 / 0,003 \approx -33333,3 \text{ В/с.}$$

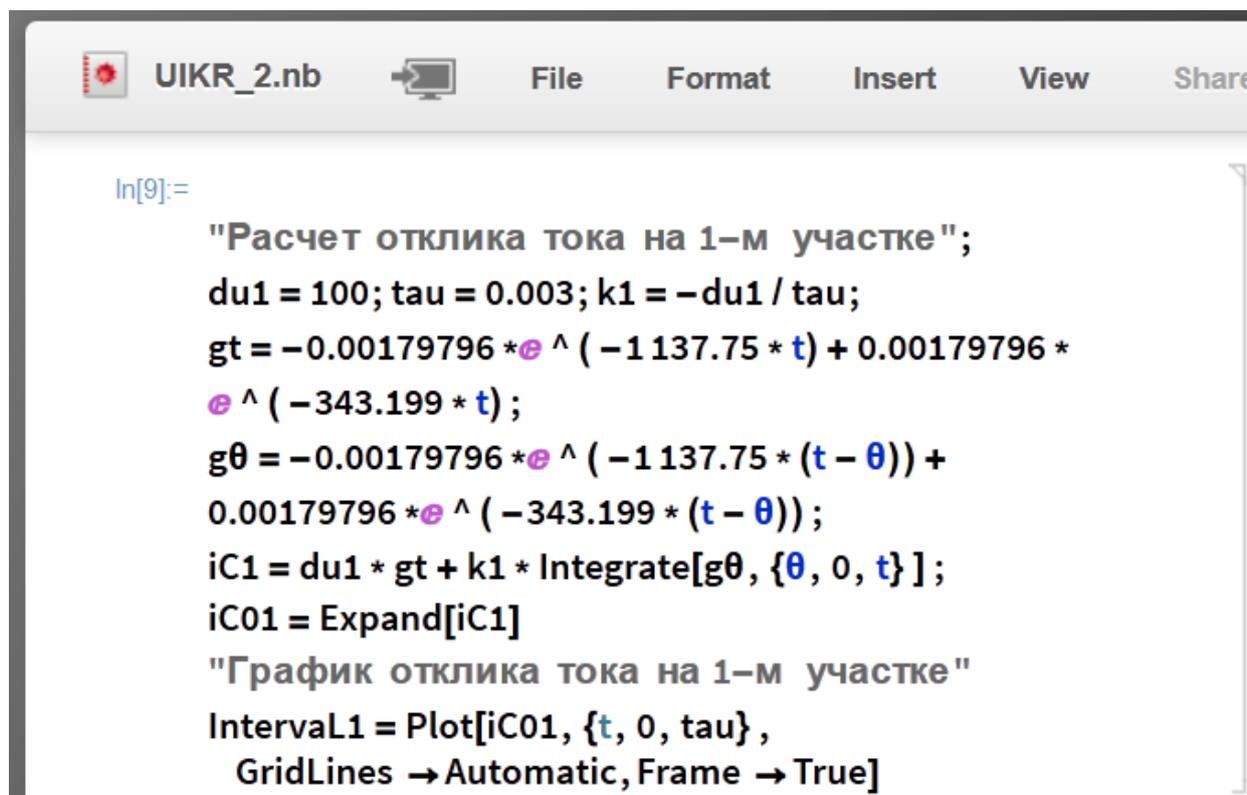
Рассчитаем интеграл Дюамеля для первого участка в среде пакета Wolfram Mathematica Online. Запишем программный код решения этой задачи.

1. Откроем в блокноте своего аккаунта новую ячейку ввода и впишем в ее первой строке ремарку (рис. 7):

**"Расчет отклика тока на 1-м участке";**

2. Объявим значения коэффициентов, характеризующих воздействующий сигнал на первом участке (**du1** – скачок входного сигнала в начале участка, **tau** – правая временная граница участка, **k1** - угловой коэффициент прямой графика для первого участка):

**du1=100;tau=0.003;k1=-du1/tau;**



```
UIKR_2.nb File Format Insert View Share

In[9]:=
"Расчет отклика тока на 1-м участке";
du1 = 100; tau = 0.003; k1 = -du1 / tau;
gt = -0.00179796 * e ^ ( -1 137.75 * t ) + 0.00179796 *
e ^ ( -343.199 * t );
gθ = -0.00179796 * e ^ ( -1 137.75 * ( t - θ ) ) +
0.00179796 * e ^ ( -343.199 * ( t - θ ) );
iC1 = du1 * gt + k1 * Integrate[gθ, {θ, 0, t}];
iC01 = Expand[iC1]
"График отклика тока на 1-м участке"
IntervaL1 = Plot[iC01, {t, 0, tau},
GridLines → Automatic, Frame → True]
```

Рис. 7

3. Далее следует уравнение переходной проводимости **gt**:

$$gt = -0.00179796 * E^{(-1137.75 * t)} + 0.00179796 * E^{(-343.199 * t)};$$

где основание натурального логарифма можно вводить тремя способами:

- заглавной буквой **E**;
- командой `\[ExponentialE]`;
- кратковременно нажать клавишу **Esc**, вследствие чего в коде появится пунктирная вертикальная черта из трех точек, после нее нужно ввести последовательность **ee**, в результате откроется всплывающее окно с предложением выбрать красочный символ **e**, который использован в нашем исходном коде, см. рис. 7. Аналогично вводится символ **θ**: после кратковременного нажатия клавиши **Esc**, нужно ввести символ **q**, и выбрать во всплывающем окне символ **θ**.

4. Запишем уравнение переходной проводимости **gθ** в виде, необходимом для интегрирования по промежуточной переменной **θ**:

$$g\theta = -0.00179796 * E^{(-1137.75 * (t - \theta))} + 0.00179796 * E^{(-343.199 * (t - \theta))};$$

5. Запишем код для вычисления отклика тока с помощью интеграла Дюамеля:

$$iC1 = du1 * gt + k1 * Integrate[g\theta, \{ \theta, 0, t \}];$$

6. Оптимизируем выражение отклика тока. С помощью команды **Together** мы запускаем подпрограмму приведения выражения к общему знаменателю. Команда **Expand** обеспечивает раскрытие скобок.

$$iC01 = Expand[Together[iC1]]$$

7. Перед выводом графика выводим на экран сообщение с названием графика:

**"График отклика тока на 1-м участке"**

8. Переменной **Interval1** присваиваем программный код вывода графика отклика тока на первом участке: командой **Plot** выводим график функции **iC01** в диапазоне изменения времени **t** от 0 до **tau**:

$$Interval1 = Plot[iC01, \{t, 0, tau\}, GridLines -> Automatic, Frame -> True]$$

Параметры **GridLines -> Automatic, Frame -> True** обеспечивают вывод координатной сетки и автоматический выбор размеров графического окна.

На рис. 8 показан результат исполнения программного кода

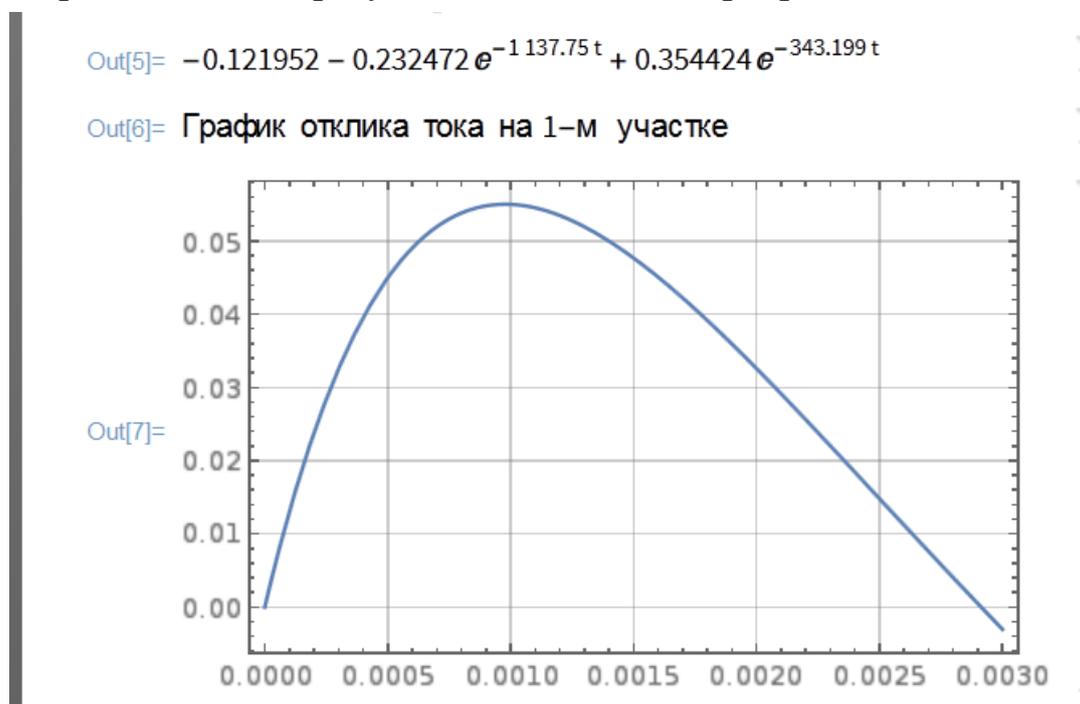


Рис. 8

Полученное для отклика тока конденсатора на первом участке выражение имеет вид:

$$i_1(t) = -0,121952 - 0,232472 e^{-1137,75t} + 0,354424 e^{-343,199t}.$$

### 3.3. Интеграл Дюамеля и отклик тока конденсатора на втором участке

Для второго участка интеграл Дюамеля для вычисления отклика тока в ветви с конденсатором имеет вид:

$$i_{II}(t) = \Delta u_I g(t) + \int_0^{\tau} u'_I g(t-\theta) d\theta + \Delta u_{II} g(t-\tau) + \int_0^t u'_{II} g(t-\theta) d\theta.$$

В этом уравнении  $\Delta u_{II}$  – скачок напряжения входного сигнала на втором участке,

$$\Delta u_{II} = 100 \text{ В},$$

а  $u'_{II}$  – скорость изменения входного сигнала на этом участке, равная тангенсу угла наклона графика:

$$u'_{II} = \Delta u_{II} / \tau_{\max} = 0 / 0,003 = 0 \text{ В/с.}$$

После подстановки, получаем

$$i_1(t) = 100(-0,00179796 e^{-1137,75t} + 0,00179796 e^{-343,199t}) - \\ - 33333,3 \times 0,00179796 \int_0^{\tau} (-e^{-1137,75(t-\theta)} + e^{-343,199(t-\theta)}) d\theta + \\ + 100(-0,00179796 e^{-1137,75(t-\theta)} + 0,00179796 e^{-343,199(t-\theta)}).$$

Программный код решения этой задачи в среде пакета Wolfram Mathematica Online создается аналогично коду, который мы разрабатывали для первого участка:

**"Расчет отклика тока на 2-м участке";**

**du1=100; tau=0.003; k1=-du1/tau; du2=100;**

**gt=-0.00179796\*E^(-1137.75\*t) + 0.00179796\*E^(-343.199\*t);**

**gt2=-0.00179796\*E^(-1137.75\*(t-tau)) + 0.00179796\*E^(-343.199\*(t-tau));**

**gθ = -0.00179796\*E^(-1137.75\*(t-θ)) + 0.00179796\*E^(-343.199\*(t-θ));**

**iC2=du1\*gt+k1\*Integrate[gθ,{θ,0,tau}]+du2\*gt2;**

**iC02=Expand[Together[iC2]]**

**"График отклика тока на 2-м участке"**

**IntervaL2=Plot[iC02,{t,tau,2\*tau},GridLines -> Automatic, Frame -> True]**

Для создания этого кода мы открыли в блокноте новую ячейку ввода и скопировали в нее содержимое предыдущей ячейки – код для расчета отклика тока на 1-м участке. Далее мы модифицировали этот код:

- изменили номер участка в ремарках;
- дописали в исходные данные «**du2=100;**» – значение величины скачка напряжения в начале второго участка;

- поменяли обозначение **gt1** на **gt2**, а в выражении для **gt2** мы время **t** заменили на выражение **(t - tau)**;
- поменяли обозначение **iC1** на **iC2**, а в выражении для **iC2** мы заменили верхний предел интегрирования: вместо переменной **t** мы поставили числовую границу **tau**. Кроме этого, мы дополнили **iC2** откликом на скачок напряжения **du2\*gt2**.

На рис. 9 приведен скриншот окна программы с программным кодом и результатами его исполнения.

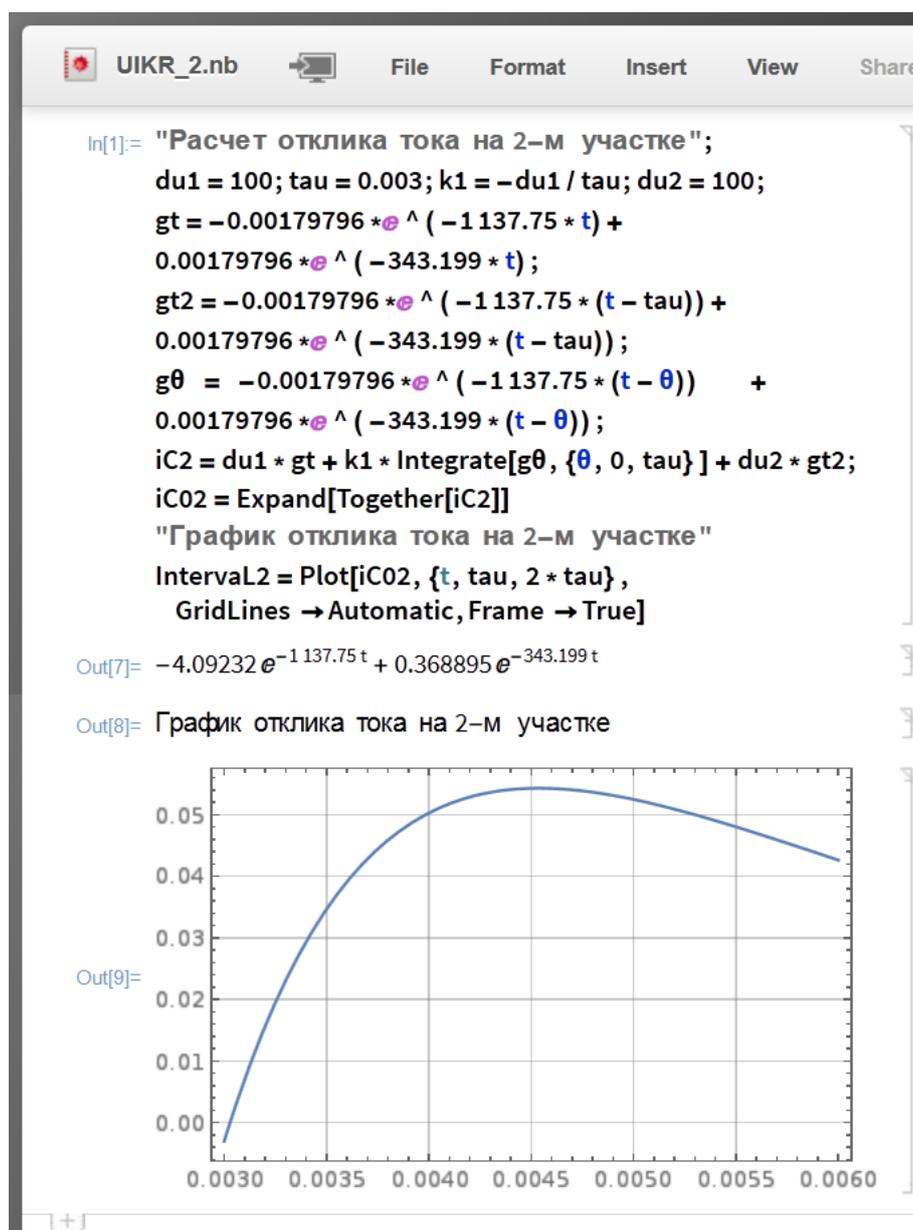


Рис. 9.

Выражение, полученное для отклика тока конденсатора на втором участке, имеет вид:

$$i_{II}(t) = -4,09232 e^{-1137,75t} + 0,368895 e^{-343,199t}.$$

### 3.4. Интеграл Дюамеля и отклик тока конденсатора на третьем участке

Для третьего участка интеграл Дюамеля для вычисления отклика тока в ветви с конденсатором имеет вид:

$$i_{III}(t) = \Delta u_I g(t) + \int_0^{\tau} u'_I g(t-\theta) d\theta + \Delta u_{II} g(t-\tau) + \Delta u_{III} g(t-2\tau) + \int_{2\tau}^t u'_{III} g(t-\theta) d\theta.$$

В этом уравнении  $\Delta u_{III}$  – скачок напряжения входного сигнала на втором участке,

$$\Delta u_{III} = 100 \text{ В},$$

а  $u'_{III}$  – скорость изменения входного сигнала на этом участке, равная тангенсу угла наклона графика:

$$u'_{III} = \Delta u_{III} / \tau_{\max} = -100 / 0,003 \approx -33333,3 \text{ В/с}.$$

После подстановки, получаем

$$\begin{aligned} i_{III}(t) = & 100(-0,00179796 e^{-1137,75t} + 0,00179796 e^{-343,199t}) - \\ & - 33333,3 \times 0,00179796 \int_0^{\tau} (-e^{-1137,75(t-\theta)} + e^{-343,199(t-\theta)}) d\theta + \\ & + 100(-0,00179796 e^{-1137,75(t-\theta)} + 0,00179796 e^{-343,199(t-\theta)}) + \\ & + 100(-0,00179796 e^{-1137,75(t-2\theta)} + 0,00179796 e^{-343,199(t-2\theta)}) - \\ & - 33333,3 \times 0,00179796 \int_{2\tau}^t (-e^{-1137,75(t-\theta)} + e^{-343,199(t-\theta)}) d\theta. \end{aligned}$$

Программный код решения этой задачи в среде пакета Wolfram Mathematica Online создается аналогично коду, который мы разрабатывали для первого и второго участков, см. рис. 10.

**"Расчет отклика тока на 3-м участке";**  
**du1=100;tau=0.003;k1=-du1/tau;du2=100;**  
**du3=100;k3=-du3/tau;**

```

gt=-0.00179796*E^(-1137.75*t)+ 0.00179796*E^(-343.199*t);
gt2=-0.00179796*E^(-1137.75*(t-tau))+ 0.00179796*E^(-343.199*(t-tau));
gt3=-0.00179796*E^(-1137.75*(t-2*tau))+ 0.00179796*E^(-343.199*(t-2*tau));
gθ = -0.00179796*E^(-1137.75*(t-θ)) + 0.00179796*E^(-343.199*(t-θ));
iC3=du1*gt+k1*Integrate[gθ,{θ,0,tau}]+du2*gt2+du3*gt3+
k3*Integrate[gθ,{ θ,2*tau,t}];
iC03=Expand[Together[iC3]]
"График отклика тока на 3-м участке"
Interval3=Plot[iC03,{t,2*tau,3*tau}, GridLines -> Automatic,Frame -> True]

```

```

In[35]:= "Расчет отклика тока на 3-м участке";
du1 = 100; tau = 0.003; k1 = -du1 / tau; du2 = 100;
du3 = 100; k3 = -du3 / tau;
gt = -0.00179796 * e ^ ( -1 137.75 * t ) +
0.00179796 * e ^ ( -343.199 * t );
gt2 = -0.00179796 * e ^ ( -1 137.75 * ( t - tau ) ) +
0.00179796 * e ^ ( -343.199 * ( t - tau ) );
gt3 = -0.00179796 * e ^ ( -1 137.75 * ( t - 2 * tau ) ) +
0.00179796 * e ^ ( -343.199 * ( t - 2 * tau ) );
gθ = -0.00179796 * e ^ ( -1 137.75 * ( t - θ ) ) +
0.00179796 * e ^ ( -343.199 * ( t - θ ) );
iC3 = du1 * gt + k1 * Integrate[gθ, {θ, 0, tau} ] + du2 * gt2 +
du3 * gt3 + k3 * Integrate[gθ, {θ, 2 * tau, t} ] ;
iC03 = Expand[Together[iC3]]

"График отклика тока на 3-м участке"
Interval3 = Plot[iC03, {t, 2 * tau, 3 * tau},
GridLines -> Automatic, Frame -> True]

Out[42]= -0.121952 - 218.422 e^{-1137.75 t} + 3.14745 e^{-343.199 t}

```

Рис. 10

На рис.11 приведен скриншот окна с графиком отклика тока на третьем участке.

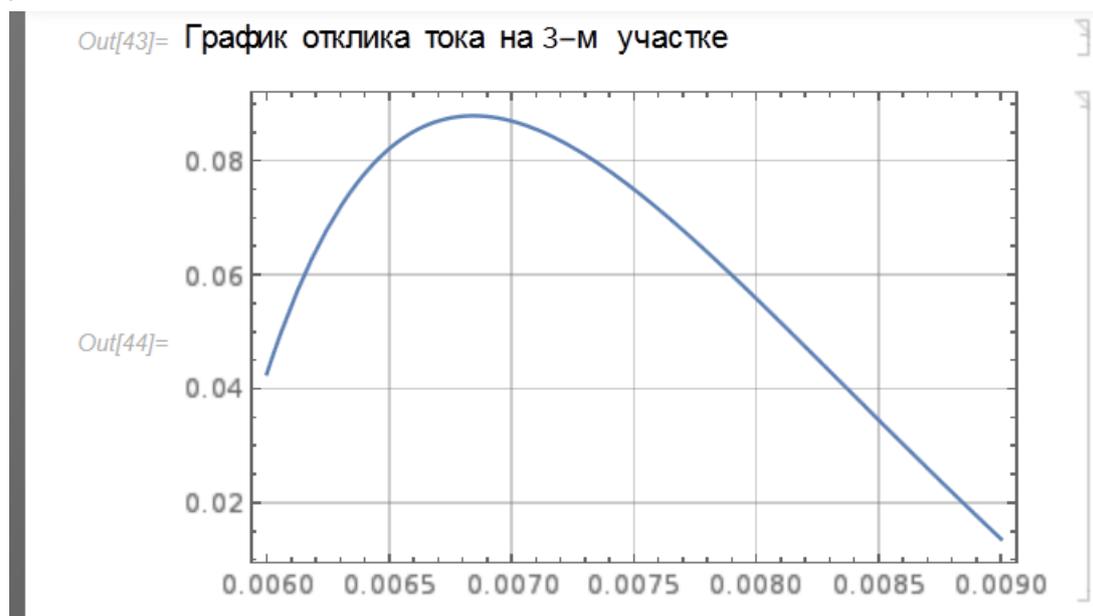


Рис. 11.

Выражение, полученное для отклика тока конденсатора на третьем участке, имеет вид:

$$i_{III}(t) = -0,121952 - 218,422 e^{-1137,75t} + 3,14745 e^{-343,199t}.$$

### 3.5. Интеграл Дюамеля и отклик тока конденсатора на четвертом участке

Для четвертого участка интеграл Дюамеля для вычисления отклика тока в ветви с конденсатором имеет вид:

$$i_{III}(t) = \Delta u_I g(t) + \int_0^{\tau} u'_I g(t-\theta) d\theta + \Delta u_{II} g(t-\tau) + \Delta u_{III} g(t-2\tau) + \int_{2\tau}^{3\tau} u'_{III} g(t-\theta) d\theta + \Delta u_{IV} g(t-4\tau)$$

В этом уравнении  $\Delta u_{III}$  – скачок напряжения входного сигнала на втором участке,

$$\Delta u_{IV} = -100 \text{ В},$$

а  $u'_{IV}$  – скорость изменения входного сигнала на этом участке, равна нулю.

После подстановки, получаем

$$\begin{aligned}
 i_{IV}(t) = & 100 (-0,00179796 e^{-1137,75t} + 0,00179796 e^{-343,199t}) - \\
 & - 33333,3 \times 0,00179796 \int_0^{\tau} (-e^{-1137,75(t-\theta)} + e^{-343,199(t-\theta)}) d\theta + \\
 & + 100 (-0,00179796 e^{-1137,75(t-\tau)} + 0,00179796 e^{-343,199(t-\tau)}) + \\
 & + 100 (-0,00179796 e^{-1137,75(t-2\tau)} + 0,00179796 e^{-343,199(t-2\tau)}) - \\
 & - 33333,3 \times 0,00179796 \int_{2\tau}^{3\tau} (-e^{-1137,75(t-\theta)} + e^{-343,199(t-\theta)}) d\theta \\
 & - 100 (-0,00179796 e^{-1137,75(t-3\tau)} + 0,00179796 e^{-343,199(t-3\tau)})
 \end{aligned}$$

Программный код решения этой задачи в среде пакета Wolfram Mathematica Online создается совершенно аналогично кодам предыдущих участков, см. рис. 12.

"Расчет отклика тока на 4-м участке";

**du1=100;tau=0.003;k1=-du1/tau;du2=100;du3=100;**

**k3=-du3/tau;du4=-100;**

**gt=-0.00179796\*E^(-1137.75\*t)+0.00179796\*E^(-343.199\*t);**

**gt2=-0.00179796\*E^(-1137.75\*(t-tau))+0.00179796\*E^(-343.199\*(t-tau));**

**gt3=-0.00179796\*E^(-1137.75\*(t-2\*tau))+0.00179796\*E^(-343.199\*(t-2\*tau));**

**gt4=-0.00179796\*E^(-1137.75\*(t-3\*tau))+0.00179796\*E^(-343.199\*(t-3\*tau));**

**gθ = -0.00179796\*E^(-1137.75\*(t-θ)) + 0.00179796\*E^(-343.199\*(t-θ));**

**iC4=du1\*gt+k1\*Integrate[gθ,{ θ,0,tau}] + du2\*gt2 + du3\*gt3 +  
k3\*Integrate[gθ,{ θ,2\*tau,3\*tau}] + du4\*gt4;**

**iC04=Expand[Together[iC4]]**

"График отклика тока на 4-м участке"

**Interval4=Plot[iC04,{t,3\*tau,8\*tau},GridLines -> Automatic, Frame -> True]**

"График отклика тока на участках с 1 по 4"

**Show[Interval1,Interval2,Interval3,Interval4,PlotRange-> Automatic]**

UIKR\_2.nb File Format Insert View Share

```

In[1]:= "Расчет отклика тока на 4-м участке";
du1 = 100; tau = 0.003; k1 = -du1 / tau; du2 = 100; du3 = 100
; k3 = -du3 / tau; du4 = -100;
gt = -0.00179796 * e ^ (-1 137.75 * t) + 0.00179796 * e ^ (-
343.199 * t);
gt2 = -0.00179796 * e ^ (-1 137.75 * (t - tau)) + 0.00179796 *
e ^ (-343.199 * (t - tau));
gt3 = -0.00179796 * e ^ (-1 137.75 * (t - 2 * tau)) + 0.0017979
6 * e ^ (-343.199 * (t - 2 * tau));
gt4 = -0.00179796 * e ^ (-1 137.75 * (t - 3 * tau)) + 0.0017979
6 * e ^ (-343.199 * (t - 3 * tau));
gθ = -0.00179796 * e ^ (-1 137.75 * (t - θ)) + 0.001
79796 * e ^ (-343.199 * (t - θ));
iC4 = du1 * gt + k1 * Integrate[gθ, {θ, 0, tau} ] + du2 * gt2 +
du3 * gt3 + k3 * Integrate[gθ, {θ, 2 * tau, 3 * tau} ] + du4 *
gt4;
iC04 = Expand[Together[iC4]]
"График отклика тока на 4-м участке"
IntervaL4 = Plot[iC04, {t, 3 * tau, 8 * tau}, GridLines -> Auto
matic, Frame -> True]
"График отклика тока на участках с 1 по 4"
Show[IntervaL1, IntervaL2, IntervaL3, IntervaL4, PlotRange
-> Automatic]

```

Out[67]=  $6289.43 e^{-1137.75 t} - 4.63233 e^{-343.199 t}$

Out[68]= График отклика тока на 4-м участке

Out[69]=

Рис. 12

Выражение, полученное для отклика тока конденсатора на четвертом участке, имеет вид:

$$i_{IV}(t) = 6289,43 e^{-1137,75t} - 4,63233e^{-343,199t}.$$

Последняя строка кода склеивает графики всех четырех участков:

**"График отклика тока на участках с 1 по 4"**

**Show[Interval1,Interval2,Interval3,Interval4,PlotRange-> Automatic]**

Результат склеивания графиков всех четырех участков представлен на рис. 13.

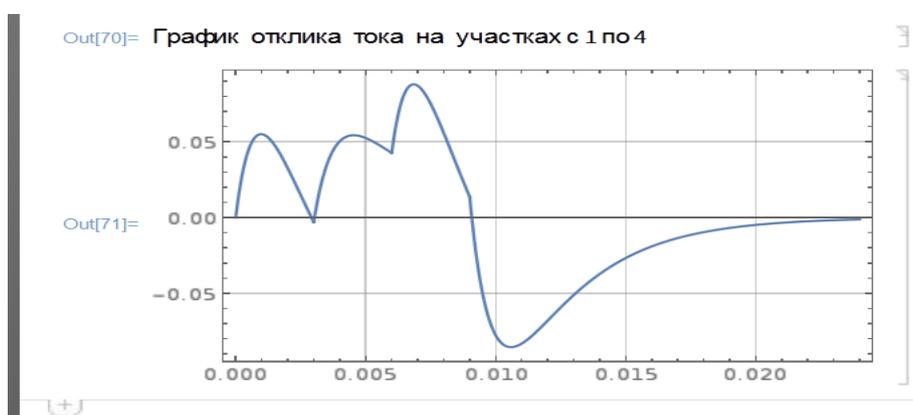


Рис. 13

Сравнивая этот график с тем, что дает компьютерное моделирование в среде Qucs, см. рис. 14, убеждаемся в том, что результаты одинаковы.

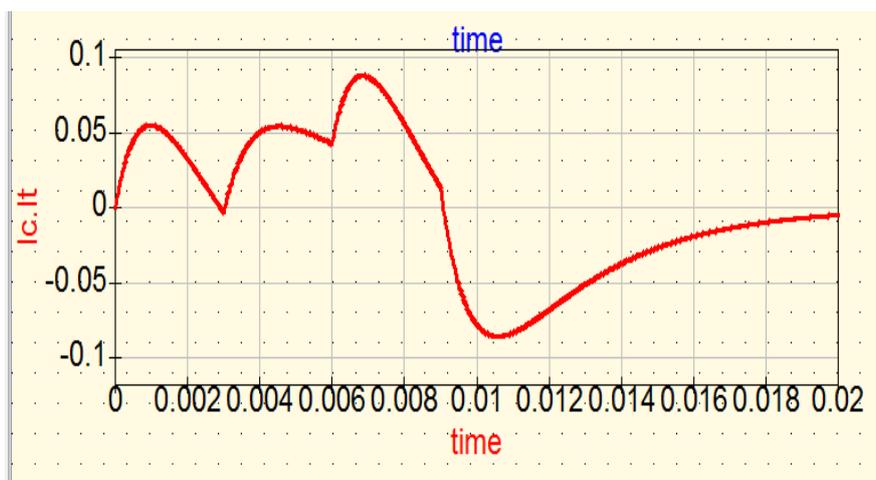


Рис. 14

На рис. 15 приведена Qucs-модель исследуемой цепи и результаты моделирования.

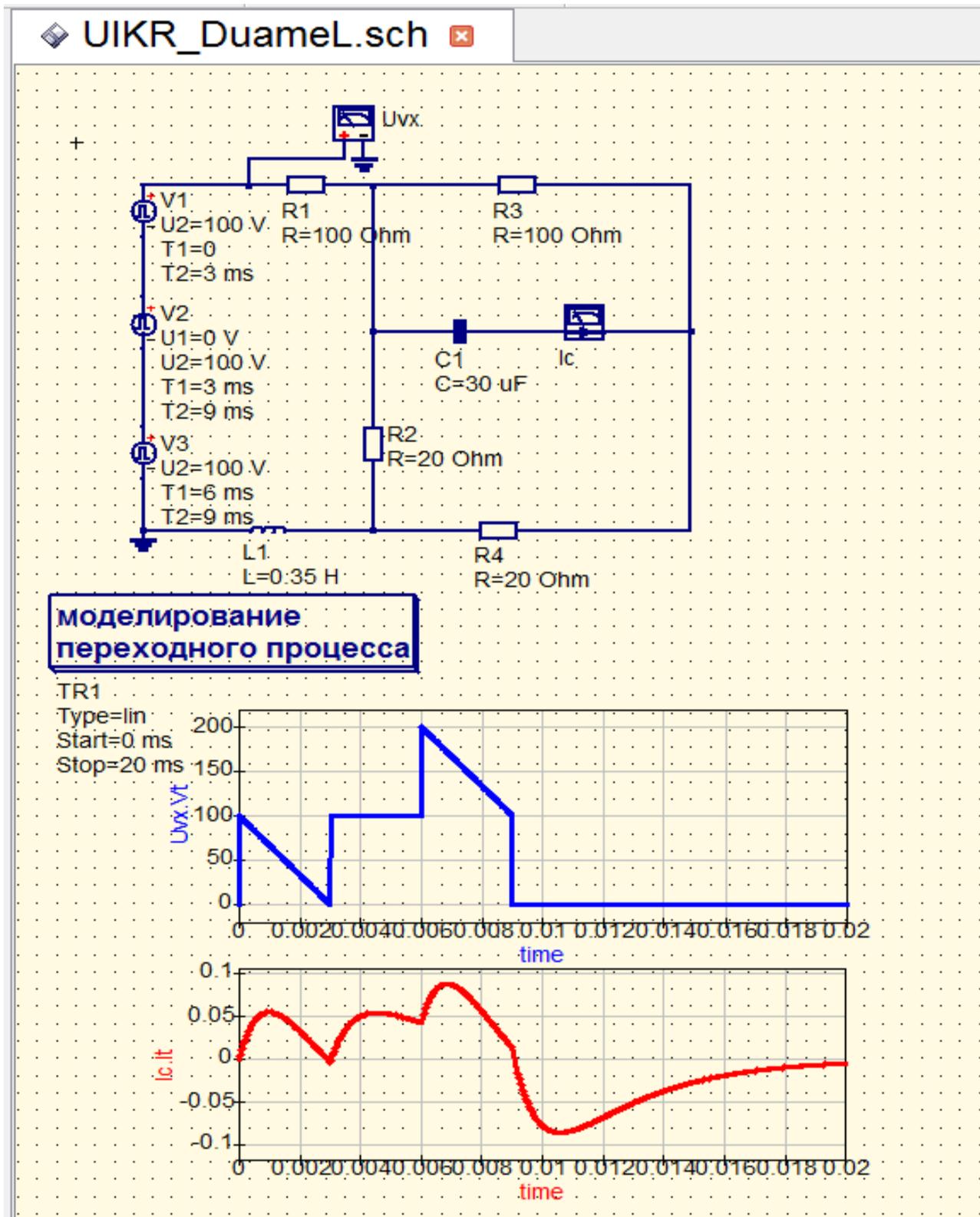


Рис. 15

Проведенное исследование наглядно проиллюстрировало достоинства пакета Wolfram Mathematica Online и его возможности при исследовании импульсных воздействий на электрические цепи.

Следует иметь в виду, что Online-сервисы иногда могут быть недоступны. Например, в процессе данного исследования появилось сообщение, приведенное на рис. 16, о том, что сервер, вследствие неожиданных проблем, не может обработать ваш запрос. Пожалуйста, попробуйте еще через несколько минут.

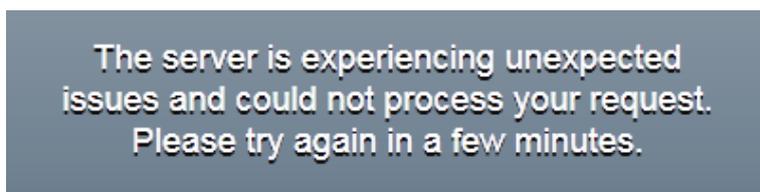


Рис. 16

Однако, это случается редко. Впрочем, это возникает при эксплуатации любого облачного приложения.