

# ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЛЭЦ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА, СОЕДИНЕННОЙ ПО СХЕМЕ ЗВЕЗДА/ЗВЕЗДА

А.Ф. Шиян

03.04.2014

Существует лишь два способа соединения фаз трехфазных генераторов и трехфазных потребителей электроэнергии: «звезда» и «треугольник». Для трехфазных генераторов основным способом является соединение фаз «звездой» («треугольником» обмотки фаз генераторов практически не включают). С учетом этого наиболее распространенными способами соединения трехфазных генераторов с потребителями энергии в трехфазных системах являются следующие:

- соединение по схеме «звезда/звезда» (Y/Y);
- соединение по схеме «звезда/треугольник» (Y/Δ).

Проиллюстрируем основные приемы выполнения исследования работы трехфазной ЛЭЦ синусоидального тока, соединенной по схеме Y/Y. Рассмотрим аварийный режим работы этой цепи, на примере решения следующей задачи:

**Задача.** Исследовать аварийный режим работы трехфазной ЛЭЦ синусоидального тока, соединенной по схеме звезда/звезда, возникший вследствие обрыва нейтрального провода. Линейное напряжение на шинах генератора  $U_{\text{Л}} = 380$  В. Сопротивления фаз нагрузки равны:

$$\underline{Z}_A = (80 + 60j) \text{ Ом}, \underline{Z}_B = (60 - 80j) \text{ Ом}, \underline{Z}_C = -100j \text{ Ом}.$$

Сопротивления фаз генератора  $\underline{Z}_{\text{ЭГ}} = (0,5 + 2j) \text{ Ом}$ , Сопротивления нейтрального и линейных проводов  $\underline{Z}_{\text{ЛР}} = (0,5 + 1j) \text{ Ом}$ .

Необходимо выполнить следующее:

1. Изобразить схему цепи.
2. Создать математическую модель ЛЭЦ.
3. Рассчитать комплексы линейных и фазных напряжений и токов нагрузки трехфазной цепи в среде Scilab, построить их на векторной диаграмме;
4. Рассчитать активную, реактивную и полную мощности, потребляемые трехфазной цепью.
5. Просимулировать работу цепи в среде Qucs и сравнить полученные результаты с результатами вычислительного эксперимента.

**Дано:**

$U_{Л} = 380 \text{ В};$   
 $f = 50 \text{ Гц};$   
 $\underline{Z}_{ЭГ} = (0,5 + j2) \text{ Ом}$   
 $\underline{Z}_{ПР} = (0,5 + j) \text{ Ом}$   
 $\underline{Z}_A = (80 + j60) \text{ Ом}$   
 $\underline{Z}_B = (-j 100) \text{ Ом}$   
 $\underline{Z}_C = (60 - j80) \text{ Ом}$

**Решение**

## 1. Схема исследуемой цепи

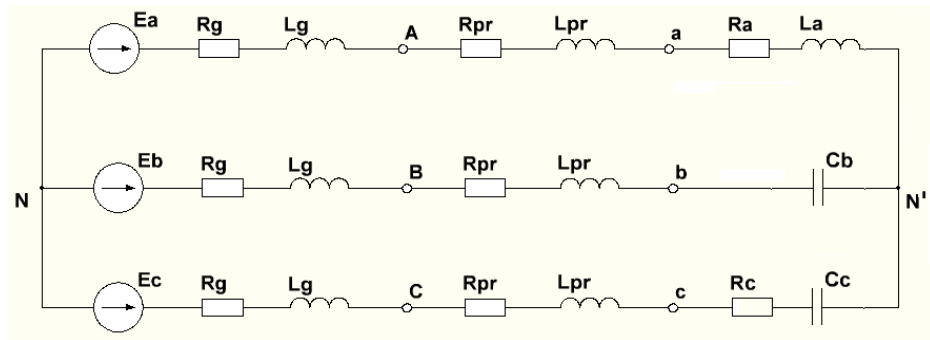


Рис. 1. Расчетная схема замещения

## 2. Математическая модель исследуемой ЛЭЦ

## 2.1. Напряжение смещения нейтрали нагрузки

$$\dot{U}_{NN'} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

где

$$\dot{E}_A = \frac{U_{Л}}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}, \quad a = e^{j120^\circ}, \quad \dot{E}_B = (220a^2) \text{ В}, \quad \dot{E}_C = (220a) \text{ В},$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_{ЭГ} + \underline{Z}_{ПР} + \underline{Z}_A}, \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_{ЭГ} + \underline{Z}_{ПР} + \underline{Z}_B}, \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_{ЭГ} + \underline{Z}_{ПР} + \underline{Z}_C}.$$

## 2.2. Линейные (они же и фазные) токи ЛЭЦ

$$\dot{I}_A = (\dot{E}_A - \dot{U}_{NN'}) \underline{Y}_A, \quad \dot{I}_B = (\dot{E}_B - \dot{U}_{NN'}) \underline{Y}_B, \quad \dot{I}_C = (\dot{E}_C - \dot{U}_{NN'}) \underline{Y}_C.$$

## 2.3. Напряжения на фазах генератора

$$\dot{U}_A = (\dot{E}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_{ЭГ}), \quad \dot{U}_B = (\dot{E}_B - \dot{I}_B \underline{Z}_{ЭГ}), \quad \dot{U}_C = (\dot{E}_C - \dot{I}_C \underline{Z}_{ЭГ})$$

## 2.4. Напряжения на фазах нагрузки

$$\dot{U}_a = \dot{I}_A \underline{Z}_A, \quad \dot{U}_b = \dot{I}_B \underline{Z}_B, \quad \dot{U}_c = \dot{I}_C \underline{Z}_C.$$

3. Расчет комплексов линейных и фазных напряжений и токов нагрузки трехфазной цепи (в среде Scilab). Векторная диаграмма

3.1. Программный код

*//Дано:*

$E_a=220$ ;  $j=\%i$ ;  $a=\exp(j*2*\%pi/3)$ ;  $E_b=E_a*a*a$ ,  $E_c=E_a*a$ ,  
 $Z_{eg}=0.5+2*j$ ;  $Z_{pr}=0.5+j$ ;  $Z_a=80+j*60$ ;  $Z_b=-j*100$ ;  $Z_c=60-j*80$ ;

*//2.1. Смещение нейтрали*

$Z_{aA}=Z_a+Z_{pr}+Z_{eg}$ ;  $Z_{bB}=Z_b+Z_{pr}+Z_{eg}$ ;  $Z_{cC}=Z_c+Z_{pr}+Z_{eg}$ ;

$Y_a=1/Z_{aA}$ ;  $Y_b=1/Z_{bB}$ ;  $Y_c=1/Z_{cC}$ ;

$U_{nn}=(E_a*Y_a+E_b*Y_b+E_c*Y_c)/(Y_a+Y_b+Y_c)$

*//2.2. Линейные (фазные) токи*

$I_a=(E_a-U_{nn})*Y_a$ ,  $I_b=(E_b-U_{nn})*Y_b$ ,  $I_c=(E_c-U_{nn})*Y_c$ ,

*//2.3. Напряжения на фазах генератора*

$U_{aA}=E_a-I_a*Z_{eg}$ ,  $U_{bB}=E_b-I_b*Z_{eg}$ ,  $U_{cC}=E_c-I_c*Z_{eg}$ ,

*//2.4. Напряжения на фазах нагрузки*

$U_a=I_a*Z_a$ ,  $U_b=I_b*Z_b$ ,  $U_c=I_c*Z_c$ ,

*//2.5. Потери напряжения на сопротивлениях фаз генератора и линейных проводах*

$dU_A=I_a*(Z_{eg}+Z_{pr})$ ,  $dU_B=I_b*(Z_{eg}+Z_{pr})$ ,  $dU_C=I_c*(Z_{eg}+Z_{pr})$ ,

3.2. Результат исчисления

$E_b = - 110. - 190.52559i$

$E_c = - 110. + 190.52559i$

-->*//2.1. Смещение нейтрали*

$U_{nn} = - 17.67723 - 136.42083i$

-->*//2.2. Линейные (фазные) токи*

--> $I_a=(E_a-U_{nn})*Y_a$ ,  $I_b=(E_b-U_{nn})*Y_b$ ,  $I_c=(E_c-U_{nn})*Y_c$ ,

$I_a = 2.6444794 - 0.3726095i$

$I_b = 0.5479106 - 0.9574297i$

$I_c = - 3.19239 + 1.3300392i$

-->*//2.3. Напряжения на фазах генератора*

--> $U_{aA}=E_a-I_a*Z_{eg}$ ,  $U_{bB}=E_b-I_b*Z_{eg}$ ,  $U_{cC}=E_c-I_c*Z_{eg}$ ,

$$U_{aA} = 217.93254 - 5.102654i$$

$$U_{bB} = -112.18881 - 191.1427i$$

$$U_{cC} = -105.74373 + 196.24535i$$

--> // 2.4. Напряжения на фазах нагрузки

$$\rightarrow U_a = I_a * Z_a, U_b = I_b * Z_b, U_c = I_c * Z_c,$$

$$U_a = 233.91492 + 128.86i$$

$$U_b = -95.74297 - 54.791059i$$

$$U_c = -85.140263 + 335.19355i$$

--> // 2.5. Потери напряжения на сопротивлениях фаз генератора и линейных проводах

$$\rightarrow dU_A = I_a * (Z_{eg} + Z_{pr}), dU_B = I_b * (Z_{eg} + Z_{pr}), dU_C = I_c * (Z_{eg} + Z_{pr}),$$

$$dU_A = 3.7623079 + 7.5608287i$$

$$dU_B = 3.4201997 + 0.6863021i$$

$$dU_C = -7.1825076 - 8.2471307i$$

3.3. Векторная диаграмма, построенная с помощью графического редактора векторных диаграмм Vertox, автор программы Юрий Владиславович Латанов

3.3.1. Программный код

$$U_{nn} = -17.7 - j136.4$$

$$m = 50$$

$$I_a = 2.64 - j0.37$$

$$I_b = 0.55 - j0.96$$

$$I_c = -3.19 + j1.33$$

$$U_a = 233.91 + j128.86$$

$$U_b = -95.74 - j54.79$$

$$U_c = -85 + j335.19$$

$$dU_A = 3.76 + j7.56$$

$$dU_B = 3.42 + j0.69$$

$$dU_C = -7.18 - j8.25$$

$$o = \#(U_{nn}) + \#(m * I_a)$$

$$oo = \#(U_{nn}) + \#(m * I_b)$$

$$ooo = \#(U_{nn}) + \#(m * I_c)$$

$$E_a = \#(U_{nn}) + \#(U_a) + \#(dU_A)$$

$$E_b = \#(U_{nn}) + \#(U_b) + \#(dU_B)$$

$$E_c = \#(U_{nn}) + \#(U_c) + \#(dU_C)$$

### 3.3.1. Результат исполнения программного кода (рис. 2)

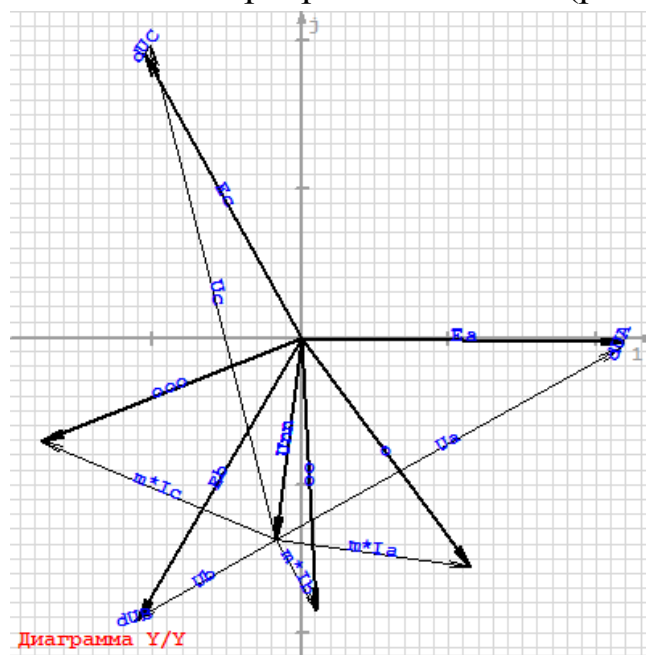


Рис. 2. Векторная диаграмма, предварительный вариант

Скроем вспомогательные векторы  $o$ ,  $oo$ ,  $ooo$ , задав для них белый цвет линий и надписей (рис. 3). Для векторов напряжений на фазах нагрузки зададим красный цвет, а для векторов токов – синий.

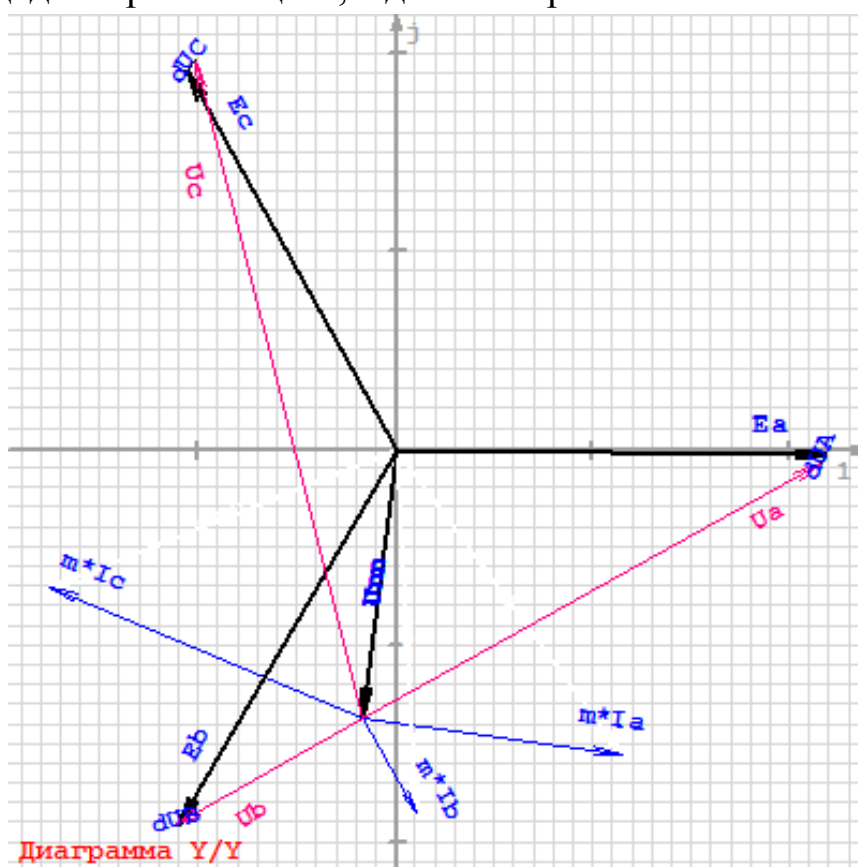


Рис. 3. Векторная диаграмма, заключительный вариант

3.4. Векторная диаграмма, построенная средствами пакета компьютерной математики Scilab

3.4.1. Программный Scilab-код

Дополним программный Scilab-код следующими выражениями:

*//Векторы ЭДС генератора и смещение нейтрали нагрузки*

```
xEa=[0 real(Ea)];yEa=[0 imag(Ea)];  
xEb=[0 real(Eb)];yEb=[0 imag(Eb)];  
xEc=[0 real(Ec)];yEc=[0 imag(Ec)];  
xUn=[0 real(Unn)];yUn=[0 imag(Unn)];  
plot(xEa,yEa,'r',xEb,yEb,'r',xEc,yEc,'r',xUn,yUn,'b');xgrid();
```

*//Векторы напряжений потерь в генераторе, проводах и на фазах нагрузки*

```
xUa=[real(Unn) real(Unn+Ua) real(Unn+Ua+dUA) real(Ea)];  
yUa=[imag(Unn) imag(Unn+Ua) imag(Unn+Ua+dUA) imag(Ea)];  
xUb=[real(Unn) real(Unn+Ub) real(Unn+Ub+dUB) real(Eb)];  
yUb=[imag(Unn) imag(Unn+Ub) imag(Unn+Ub+dUB) imag(Eb)];  
xUc=[real(Unn) real(Unn+Uc) real(Unn+Uc+dUB) real(Ec)];  
yUc=[imag(Unn) imag(Unn+Uc) imag(Unn+Uc+dUC) imag(Ec)];  
plot(xUa,yUa,'b',xUb,yUb,'b',xUc,yUc,'b');
```

*//Векторы токов, масштабированные коэффициентом K*

```
K=50;xIa=[real(Unn) real(Unn+K*Ia)];yIa=[imag(Unn)  
imag(Unn+K*Ia)];  
xIb=[real(Unn) real(Unn+K*Ib)];yIb=[imag(Unn) imag(Unn+K*Ib)];  
xIc=[real(Unn) real(Unn+K*Ic)];yIc=[imag(Unn) imag(Unn+K*Ic)];  
plot(xIa,yIa,'k',xIb,yIb,'k',xIc,yIc,'k');
```

### 3.4.2. Результат исполнения программного кода (рис. 4)

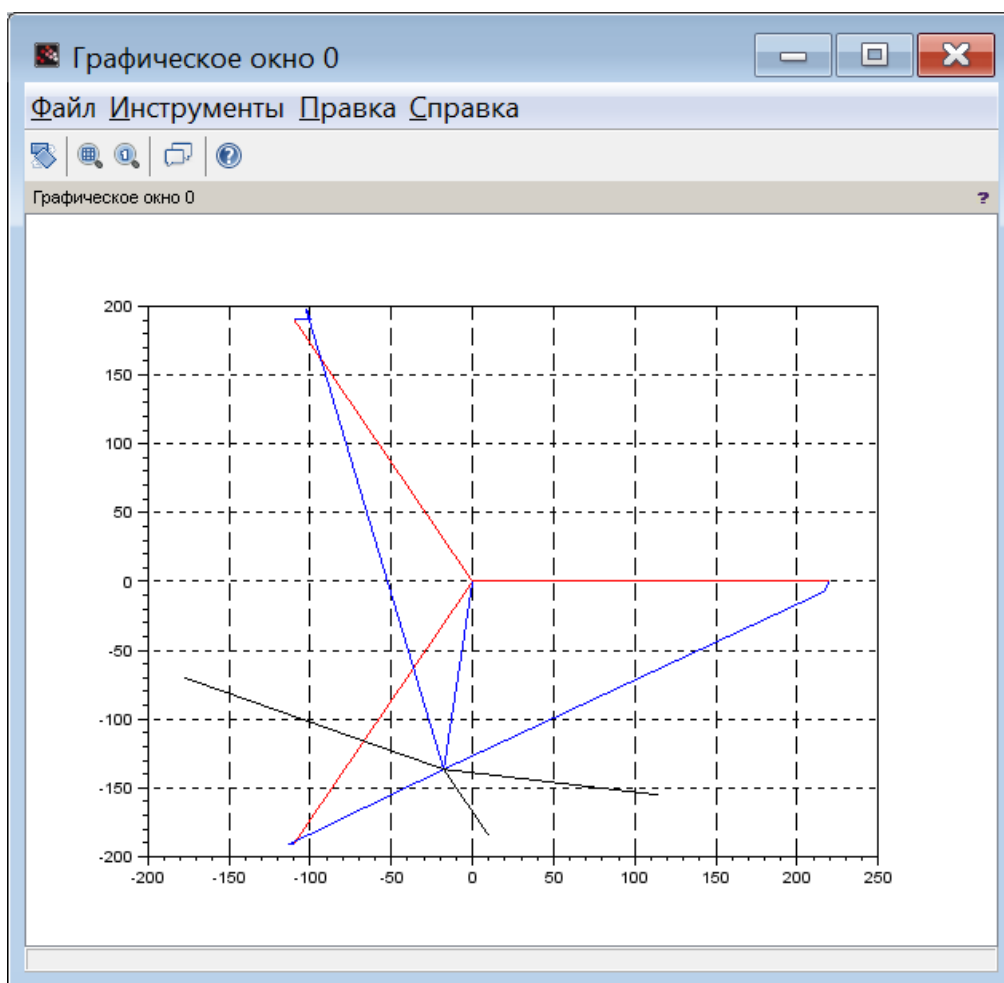


Рис. 4. Графическое окно программы Scilab с векторной диаграммой (стрелки векторов нужно нарисовать самому)

Далее нужно выполнить следующие настройки графического окна:

- Сделать одинаковым масштаб по координатным осям. Для этого в меню графического окна следует выбрать вкладку «Правка/Свойства графического окна». В отрывшемся окне свойств, после выбора папки Axes и открытия ее вкладки объекта свойств Aspect (рис. 5), ставим галочку для включения свойства Isoviev.
- Далее поочередно открываем вкладки Polyline (рис. 6) и устанавливаем цифру толщина линии. В рассматриваемом примере выставлено число 4 пикселя, на рис. 6 обведено красной линией.

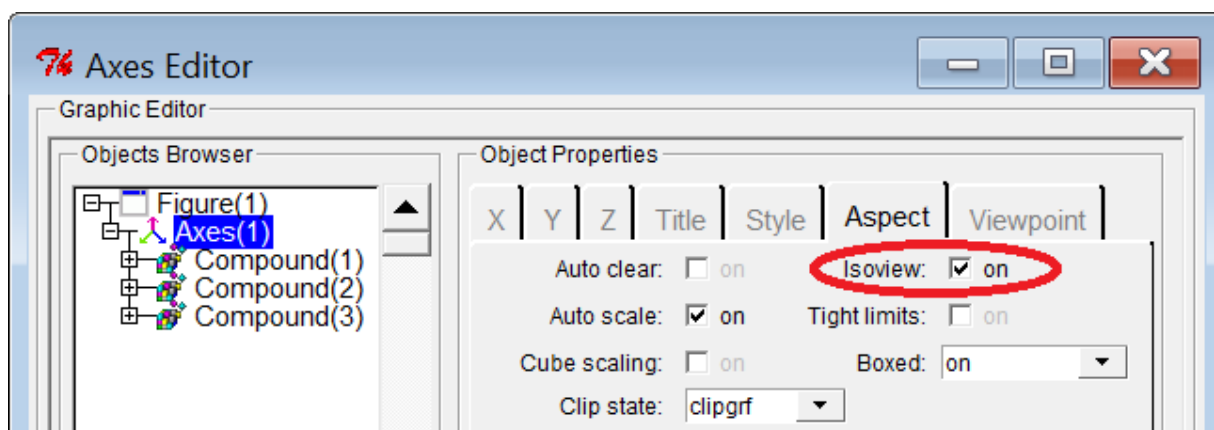


Рис. 5. Окно редактора свойств графического окна Axes Editor.  
Включение параметра Isoview

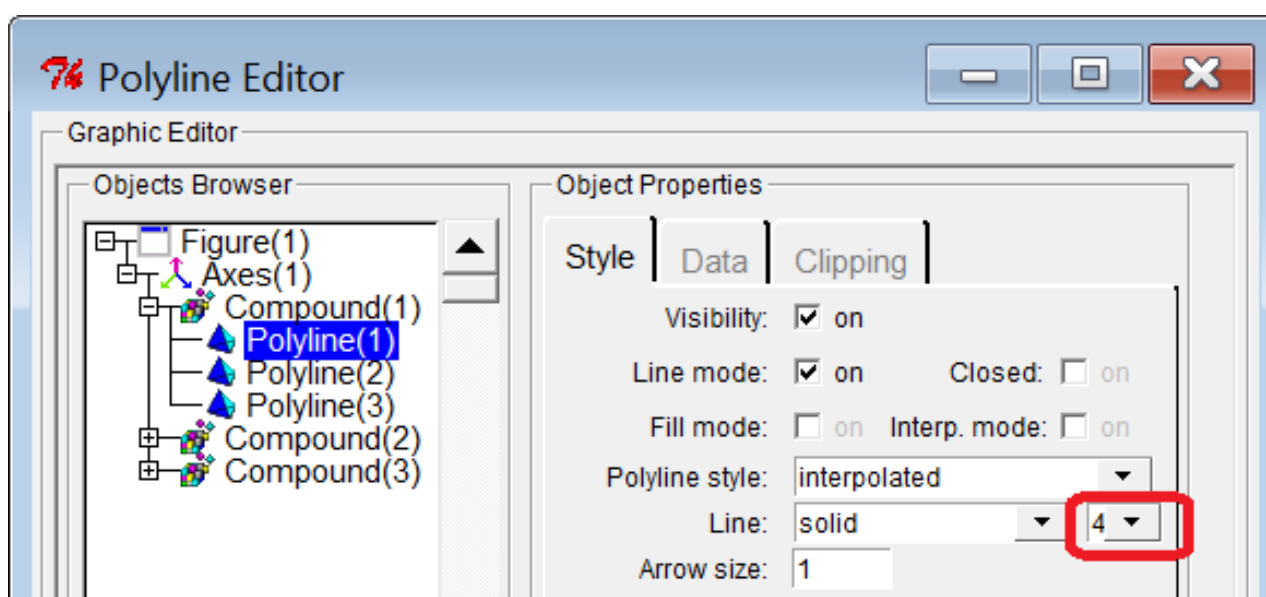


Рис. 6. . Окно редактора свойств графического окна Axes Editor.  
Задание толщины линии Polyline(1)

После этих действий в графическом окне (рис. 7) наблюдаем выравнивание масштаба по координатным осям и увеличение толщины линий графиков. Очевидно, что толщина линий в 4 пикселя велика.



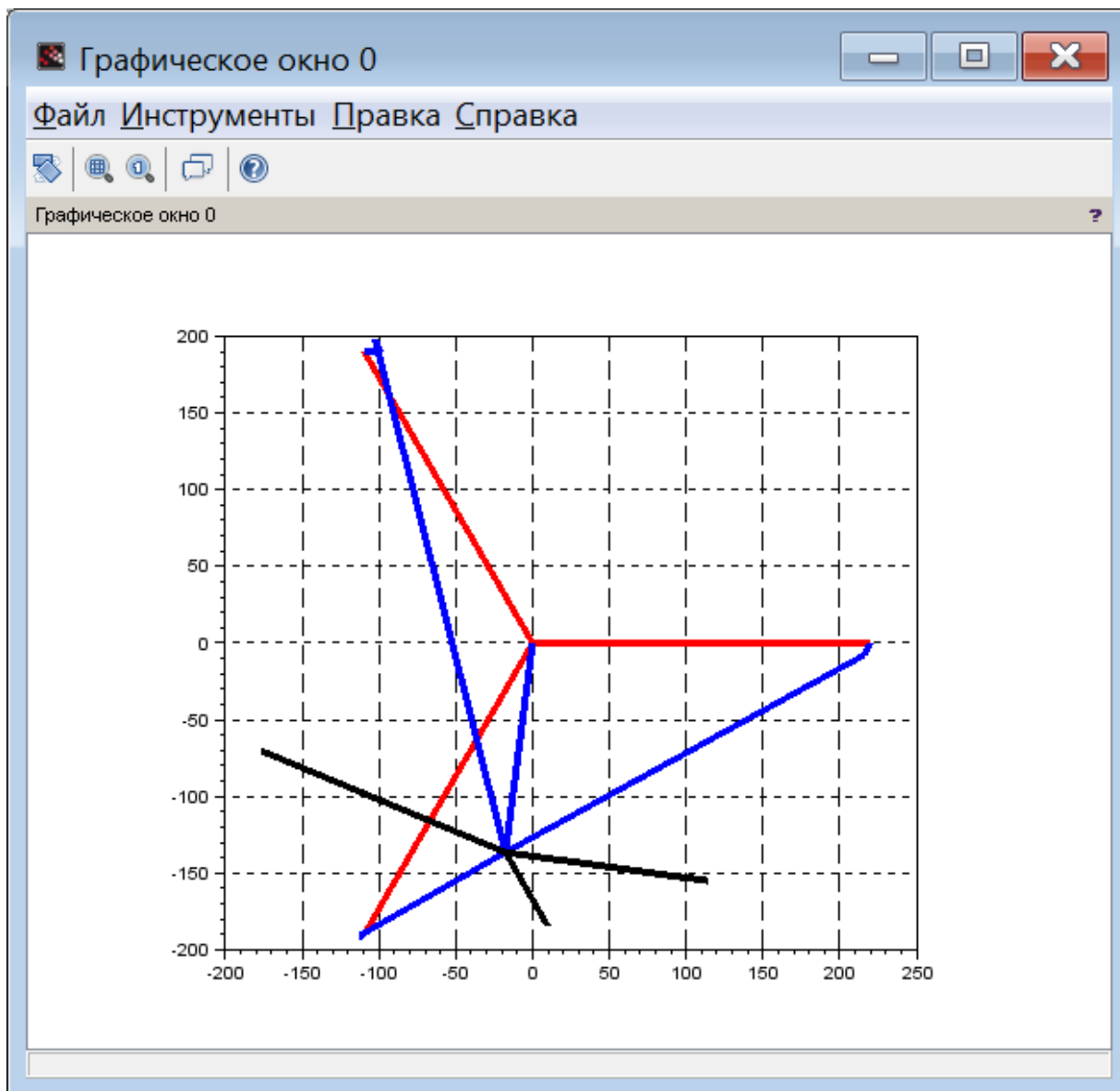


Рис. 7. Вид графического окна после выравнивания масштаба по координатным осям и настройки толщины линий

На рис. 8 векторная диаграмма, полученная в графическом окне пакета Scilab, представлена после обработки редактором Paint. Детали графического окна Scilab, не имеющие отношения к векторной диаграмме, обрезаны, на концах векторов изображены стрелки, векторы подписаны.

Сравнивая два рассмотренных метода, следует отметить, что Scilab дает больше возможностей для оформления векторных диаграмм, но программный код Scilab-программы получается более сложным.

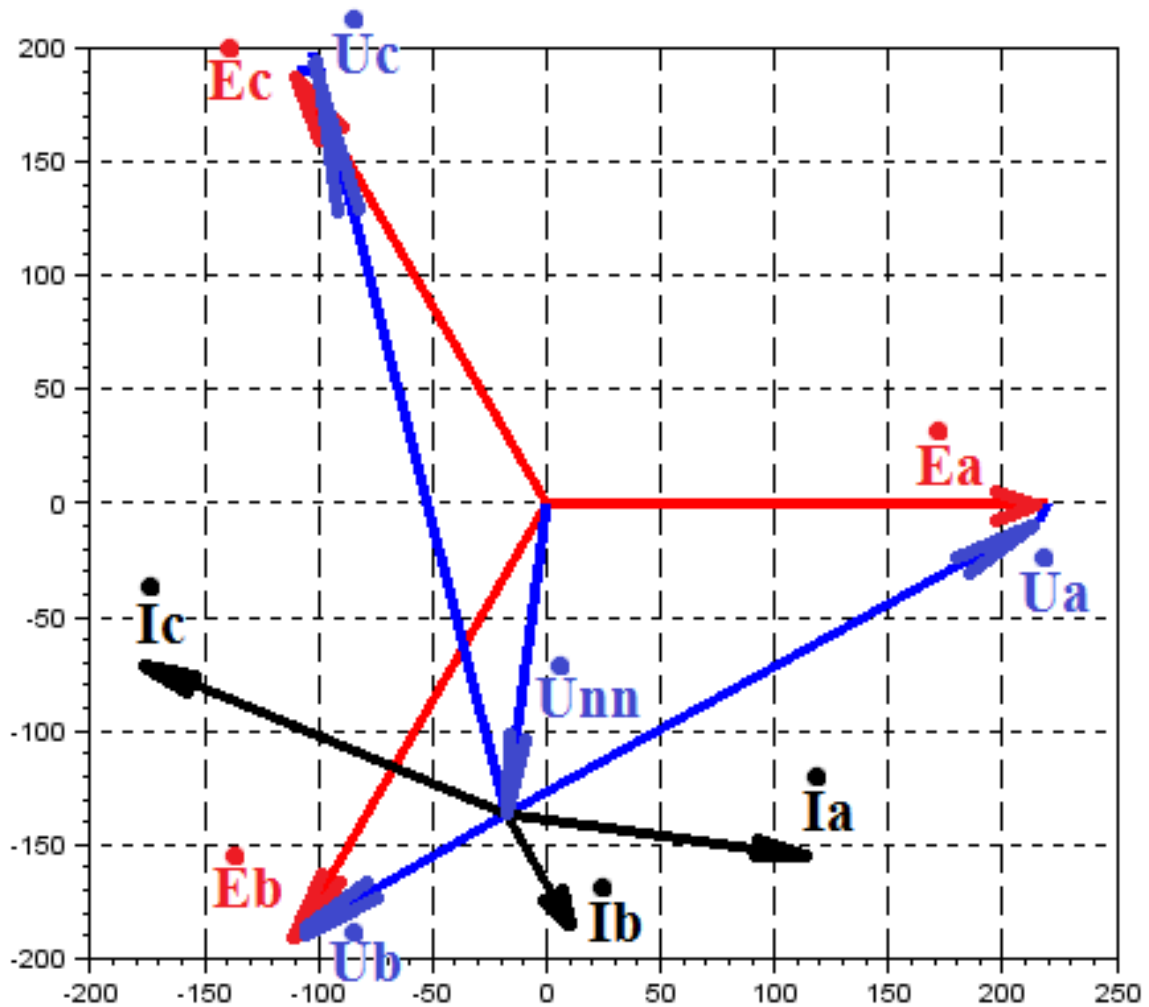


Рис. 8. Векторная диаграмма  
после доработки средствами редактора Paint

4. Расчет активной, реактивной и полной мощностей, потребляемых трехфазной цепью

4.1. Расчет генерируемых мощностей

4.1.1. Формула для расчета генерируемых мощностей

$$\tilde{S}_{ГЕН} = \dot{E}_A I_A^* + \dot{E}_B I_B^* + \dot{E}_C I_C^* = P_{ГЕН} + jQ_{ГЕН} ,$$

4.1.2. Scilab-код для расчета генерируемых мощностей

Дополним программный Scilab-код следующим выражением:

$$\mathbf{Sg} = \mathbf{Ea} * \mathbf{conj(Ia)} + \mathbf{Eb} * \mathbf{conj(Ib)} + \mathbf{Ec} * \mathbf{conj(Ic)}, \mathbf{Sg\_mod} = \mathbf{abs(Sg)}$$

4.1.3. Результат исчисления Scilab-кода для расчета генерируемых мощностей

$$\mathbf{Sg} = 1308.4996 - 589.66183i$$

$$\mathbf{Sg\_mod} = 1435.2255$$

Таким образом получен следующий результат

$$\tilde{S}_{ГЕН} = (1308,4996 - j589,66183) B \cdot A = P_{ГЕН} + jQ_{ГЕН},$$

где  $P_{ГЕН} = 1308,4996$  Вт – активная мощность, вырабатываемая трехфазным генератором;  $Q_{ГЕН} = -589,66183$  Вар – реактивная мощность вырабатываемая генератором, знак минус указывает на то, что реактивная мощность носит емкостный характер;  $S_{ГЕН} = 1435.2255$  В·А – полная мощность, вырабатываемая трехфазным генератором.

#### 4.2. Расчет потребляемых мощностей

##### 4.2.1. Формула для расчета потребляемых мощностей

$$\tilde{S}_{ПОТР} = I_A^2(Z_{ЭГ} + Z_{ПР} + Z_A) + I_B^2(Z_{ЭГ} + Z_{ПР} + Z_B) + I_C^2(Z_{ЭГ} + Z_{ПР} + Z_C).$$

Действительная часть этого комплекса – активная мощность, потребляемая цепью, мнимая часть – реактивная мощность:

$$\tilde{S}_{ПОТР} = P_{ПОТР} + jQ_{ПОТР}.$$

##### 4.2.2. Scilab-код для расчета потребляемых мощностей

Дополним программный Scilab-код следующим выражением:

$$\mathbf{Spotr} = (\mathbf{abs(Ia)}^2) * \mathbf{ZaA} + (\mathbf{abs(Ib)}^2) * \mathbf{ZbB} + (\mathbf{abs(Ic)}^2) * \mathbf{ZcC}, \mathbf{abs(Spotr)}$$

##### 4.2.3. Результат исчисления Scilab-кода для расчета потребляемых мощностей

$$\mathbf{Spotr} = 1308.4996 - 589.66183i$$

$$\mathbf{Spotr\_mod} = 1435.2255$$

Получили тот же результат:

$$\tilde{S}_{ПОТР} = (1308,4996 - j589,66183) B \cdot A = P_{ПОТР} + jQ_{ПОТР},$$

Таким образом баланс мощностей выполнен, задача решена верно.

## 5. Симулирование работы исследуемой цепи в среде Qucs

Чтобы построить модель исследуемой цепи в симуляторе Qucs, необходимо сначала рассчитать индуктивности и емкости реактивных элементов цепи, которые в условии заданы сопротивлениями.

Сопротивление фазы А нагрузки равно:

$$\underline{Z}_A = (80 + 60j) \text{ Ом}, \quad \Rightarrow R_A = 80 \text{ Ом}, \quad j X_A = j 60 \text{ Ом};$$

Поскольку реактивная составляющая сопротивления положительна, значит, реактивное сопротивление носит индуктивный характер:

$$j X_A = j \omega L_A, \quad \Rightarrow L_A = X_A / \omega = 60 / 314 \approx 0,191 \text{ Гн.}$$

Сопротивление фазы В нагрузки равно:

$$\underline{Z}_B = -j X_B = -j 100 \text{ Ом.}$$

$$X_B = 1/(\omega C_B), \quad \Rightarrow C_B = 1/(\omega X_B) = 1/(314 \times 100) \approx 31,85 \times 10^{-6} \text{ Ф} = 31,85 \text{ мкФ.}$$

Сопротивление фазы С нагрузки равно:

$$\underline{Z}_C = (60 - 80j) \text{ Ом}, \quad \Rightarrow R_C = 60 \text{ Ом}, \quad j X_C = -j 80 \text{ Ом};$$

Поскольку реактивная составляющая сопротивления отрицательна, значит, реактивное сопротивление носит емкостный характер:

$$X_C = 1/(\omega C_C), \quad \Rightarrow C_C = 1/(\omega X_C) = 1/(314 \times 80) \approx 39,8 \times 10^{-6} \text{ Ф} = 39,8 \text{ мкФ.}$$

Сопротивления фаз генератора имеет активно-индуктивный характер:

$$\underline{Z}_{ЭГ} = (0,5 + 2j) \text{ Ом}, \quad \Rightarrow R_{ЭГ} = 0,5 \text{ Ом}, \quad j X_{ЭГ} = j 2 \text{ Ом};$$

$$X_{ЭГ} = \omega L_{ЭГ}, \quad \Rightarrow L_{ЭГ} = X_{ЭГ} / \omega = 2 / 314 \approx 0,00637 \text{ Гн.}$$

Сопротивления нейтрального и линейных проводов

$$\underline{Z}_{ЛР} = (0,5 + 1j) \text{ Ом.} \Rightarrow R_{ЛР} = 0,5 \text{ Ом}, \quad j X_{ЛР} = j 1 \text{ Ом};$$

$$X_{ЛР} = \omega L_{ЛР}, \quad \Rightarrow L_{ЛР} = X_{ЛР} / \omega = 1 / 314 \approx 0,00318 \text{ Гн.}$$

Используя эти параметры, собираем компьютерную модель исследуемой цепи в соответствии со схемой, представленной на рис. 1. Выбираем вид моделирования «Моделирование на переменном токе». Запускаем симулирование работы цепи. Результаты симулирования представлены на рис. 9.

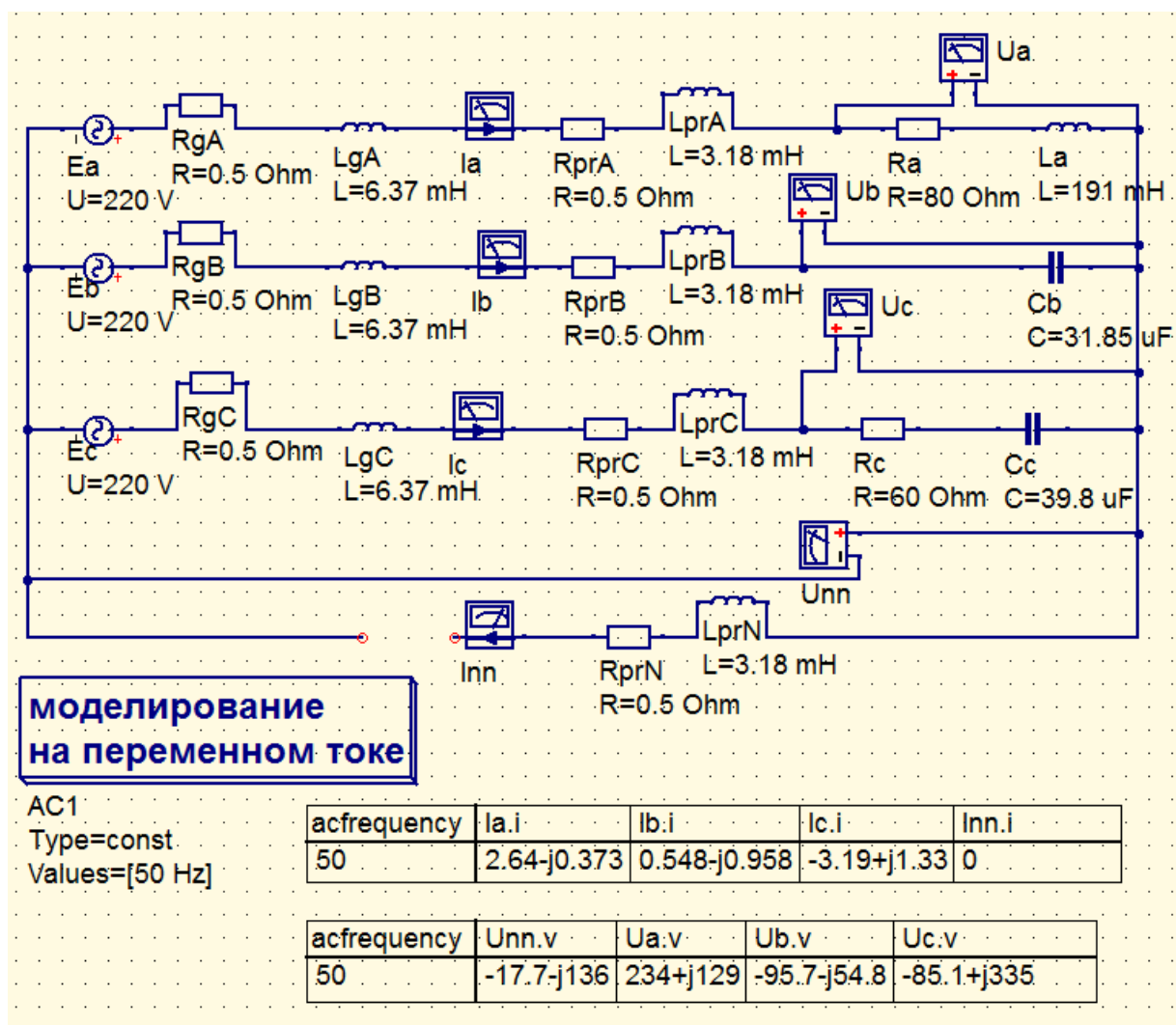


Рис. 8. Скриншот рабочего окна с Qucs-моделью исследуемой цепи и результатами симулирования ее работы

Сравним результаты симулирования с результатами вычислительного эксперимента:

$$U_{nn} = -17.67723 - 136.42083i$$

$$U_a = 233.91492 + 128.86i$$

$$U_b = -95.74297 - 54.791059i$$

$$U_c = -85.140263 + 335.19355i$$

$$I_a = 2.6444794 - 0.3726095i$$

$$I_b = 0.5479106 - 0.9574297i$$

$$I_c = -3.19239 + 1.3300392i$$

Как и предполагалось, оба исследования дали одинаковый результат, представленный с различной степенью точности.