

ПРИМЕР АНАЛИЗА РАБОТЫ ЛЭЦ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, ПОСТРОЕННОЙ НА ОСНОВЕ ЗАКОНОВ КИРХГОФА

А.Ф. Шиян

21.10.2013

Необходимо рассчитать токи в ветвях электрической цепи, которая представлена с помощью схемы замещения, изображенной на рис. 1. Параметры всех элементов цепи известны:

$$R_1 = 50 \text{ Ом}, R_2 = 80 \text{ Ом}, R_3 = 150 \text{ Ом}, \\ R_4 = 200 \text{ Ом}, R_5 = 250 \text{ Ом}, R_6 = 300 \text{ Ом}, \\ E_1 = 200 \text{ В}, E_2 = 150 \text{ В}.$$

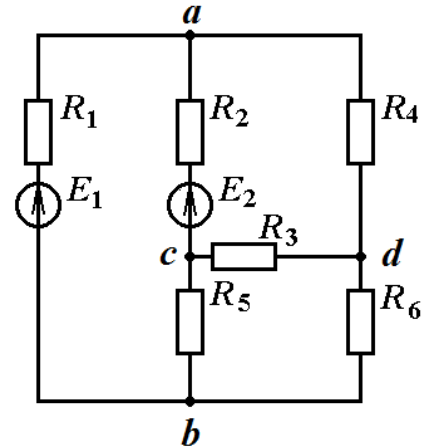


Рис. 1

1. Произвольно задаем положительные направления токов во всех ветвях (рис. 2). Записываем уравнения математических моделей для всех узлов, кроме любого одного (например, кроме узла d):

a) $I_1 + I_2 - I_4 = 0$;

b) $-I_1 - I_5 + I_6 = 0$;

c) $-I_2 - I_3 + I_5 = 0$;

2. Выбираем систему электрических контуров (рис. 3) так, чтобы задействовать все ветви исследуемой цепи, соблюдая условие: каждый контур должен отличаться от всех остальных хотя-бы одной ветвью. Для каждого контура записываем уравнение математической модели:

к.1) $R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_5 I_5 = E_1 - E_2$;

к.2) $R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = E_2$;

к.3) $R_3 I_3 + R_6 I_6 + R_5 I_5 = 0$;

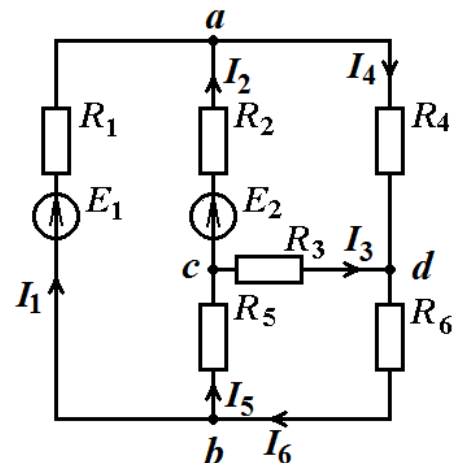


Рис. 2

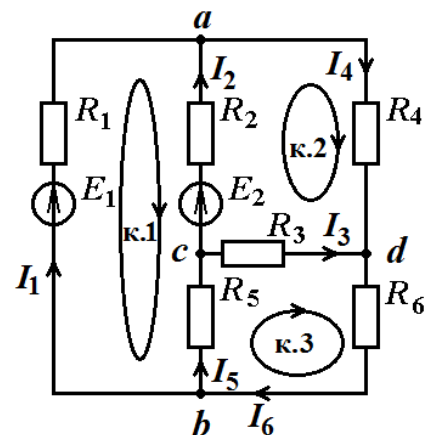


Рис. 3

3. Получаем математическую модель исследуемой ЛЭЦ, объединив все уравнения математических моделей узлов и контуров в одну:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_4 = 0; \\ -I_1 - I_5 + I_6 = 0; \\ -I_2 - I_3 + I_5 = 0; \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_5 I_5 = E_1 - E_2; \\ R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = E_2; \\ R_3 I_3 + R_6 I_6 + R_5 I_5 = 0; \end{cases}$$

Находим решение полученной системы линейных уравнений.

4. Решение системы из шести линейных уравнений является трудоемкой задачей. Оптимизация затрат времени на ее решение возможна на основе использования современных компьютерных средств. Проанализировав спектр современных бесплатно-распространяемых систем компьютерной математики, мы выбрали достаточно мощный пакет Scilab, отличающийся широкими функциональными возможностями, удобным интерфейсом пользователя и близким к естественному математическому языку языком программирования. Web-сайт программы Scilab: <http://www.scilab.org/>

5. Начало решения системы линейных уравнений в среде компьютерной математики Scilab:

5.1. Запустить программу Scilab. После ее загрузки открывается командное окно, на панели инструментов которого надо кликнуть левую кнопку «Открыть SciNotes», чтобы открыть окно интегрированного в Scilab блокнота

5.2. В окно блокнота необходимо написать код программы решения нашей задачи:

5.2.1. Известные числовые значения параметров элементов цепи присваиваем переменным, имена которых набираем строго латиницей, учитывая, что Scilab не использует подстрочных или надстрочных индексов. В числовых значениях элементов целая и дробная части числа разделяются точкой (а не запятой). Ввод каждого известного числового параметра заканчиваем точкой с запятой. Получим следующую строку:

R1=50;R2=80;R3=150;R4=200;R5=250;R6=300;E1=200;E2=150;

5.2.2. Вводим матрицы числовых коэффициентов перед неизвестными токами для каждого уравнения математической модели:
Математическая модель узла (а)

$$I_1 + I_2 - I_4 = 0;$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами:

$$\mathbf{Uzel_a}=[1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0];$$

Нули в матрице с именем $\mathbf{Uzel_a}$ означают, что в математической модели узла a отсутствуют токи в 3, 5 и 6-ветвях.

Математическая модель узла (b)

$$-I_1 - I_5 + I_6 = 0;$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами:

$$\mathbf{Uzel_b}=[-1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 1];$$

Нули в матрице с именем $\mathbf{Uzel_b}$ означают, в математической модели узла b отсутствуют токи в 2,3 и 5-ветвях.

Математическая модель узла (с)

$$-I_2 - I_3 + I_5 = 0;$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами:

$$\mathbf{Uzel_c}=[0 \ -1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0];$$

Нули в матрице с именем $\mathbf{Uzel_c}$ означают, в математической модели узла c отсутствуют токи в 1,4 и 6-ветвях

Математическая модель контура (к.1)

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_5 I_5 = E_1 - E_2;$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами:

$$\mathbf{K1}=[R1 \ -R2 \ 0 \ 0 \ -R5 \ 0];$$

Математическая модель контура (к.2)

$$R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = E_2;$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами:

$$\mathbf{K2}=[0 \ R2 \ -R3 \ R4 \ 0 \ 0];$$

Математическая модель контура (к.3)

$$R_3 I_3 + R_6 I_6 + R_5 I_5 = 0;$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами:

$$K3=[0 \ 0 \ R3 \ 0 \ R5 \ R6];$$

Матрица числовых коэффициентов перед неизвестными токами для математической модели всей цепи:

$$K0=[Uzel_a; Uzel_b; Uzel_c; K1; K2; K3];$$

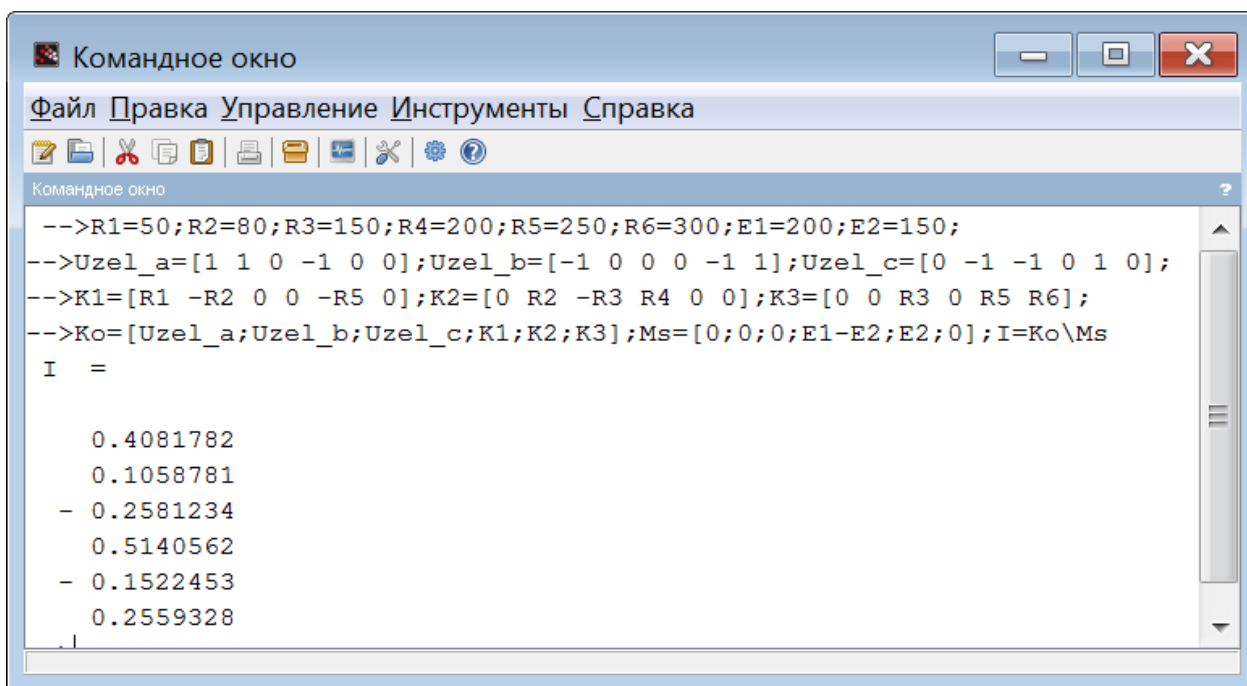
5.2.3. Создадим матрицу свободных членов системы линейных уравнений математической модели:

$$Ms=[0; 0; 0; (E1-E2); E2; 0];$$

5.2.4. Для вычисления матрицы токов ветвей необходимо матрицу свободных членов разделить на предварительно транспонированную матрицу коэффициентов перед неизвестными. Однако Scilab содержит специальную функцию «левого деления матриц», которая делает это автоматически:

$$I=K0\Ms$$

Результат вычисления получаем после передачи программного кода из блокнота в командное окно (рис. 4). Для этого необходимо нажать на клавиатуре комбинацию клавиш Ctrl+L



```
Командное окно
Файл  Правка  Управление  Инструменты  Справка
Командное окно
-->R1=50;R2=80;R3=150;R4=200;R5=250;R6=300;E1=200;E2=150;
-->Uzel_a=[1 1 0 -1 0 0];Uzel_b=[-1 0 0 0 -1 1];Uzel_c=[0 -1 -1 0 1 0];
-->K1=[R1 -R2 0 0 -R5 0];K2=[0 R2 -R3 R4 0 0];K3=[0 0 R3 0 R5 R6];
-->K0=[Uzel_a;Uzel_b;Uzel_c;K1;K2;K3];Ms=[0;0;0;E1-E2;E2;0];I=K0\Ms
I =

    0.4081782
    0.1058781
   -0.2581234
    0.5140562
   -0.1522453
    0.2559328
```

Рис. 4

Если далее необходимо продолжить исследование цепи, то значения элементов матрицы токов удобно присвоить соответствующим переменным:

$$I_1=I(1), \quad I_2=I(2), \quad I_3=I(3), \quad I_4=I(4), \quad I_5=I(5), \quad I_6=I(6)$$

Получим

$$I_1 = 0.4081782 ; \quad I_2 = 0.1058781 ; \quad I_3 = - 0.2581234 ;$$

$$I_4 = 0.5140562 ; \quad I_5 = - 0.1522453 ; \quad I_6 = 0.2559328 ;$$

Построим потенциальную диаграмму контура $a - h - c - b - g - a$

1. Примем за нулевой потенциал точки b , рис. 5

$$\varphi_b = 0;$$

2. Рассчитаем потенциал точки g

$$\varphi_g = \varphi_b + E_1 = 200 \text{ В.}$$

3. Рассчитаем потенциал точки a

$$\varphi_a = \varphi_g - R_1 I_1 = 179,59109 \text{ В.}$$

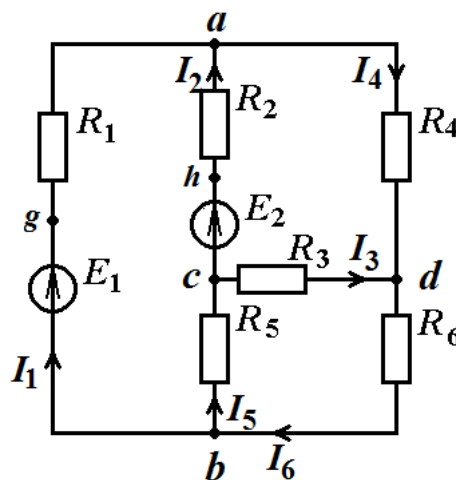


Рис. 5

4. Рассчитаем потенциал точки h

$$\varphi_h = \varphi_a + R_2 I_2 = 188,06134 \text{ В.}$$

5. Рассчитаем потенциал точки c

$$\varphi_c = \varphi_h - E_2 = 38,061336 \text{ В.}$$

6. Рассчитаем потенциал точки a

$$\varphi_a = \varphi_c + R_5 I_5 = 7 \times 10^{-15} \text{ В.}$$

Ошибка вычисления составила 7×10^{-15} В

Командная *Scilab*-строка для вычисления потенциалов

$$\mathbf{Fb=0, Fg=Fb+E1, Fa=Fg-R1*I1, Fh=Fa+R2*I2, Fc=Fh-E2, Fbb=Fc+R5*I5}$$

Результат вычисления в среде Scilab:

Fb = 0. Fg = 200. Fa = 179.59109

Fh = 188.06134 Fc = 38.061336 Fbb = - 7.105D-15

Строим потенциальную диаграмму. Программный Scilab-код имеет вид

X=[0 0 R1 (R1+R2) (R1+R2) (R1+R2+R5)];

Y=[Fb Fg Fa Fh Fc Fbb];

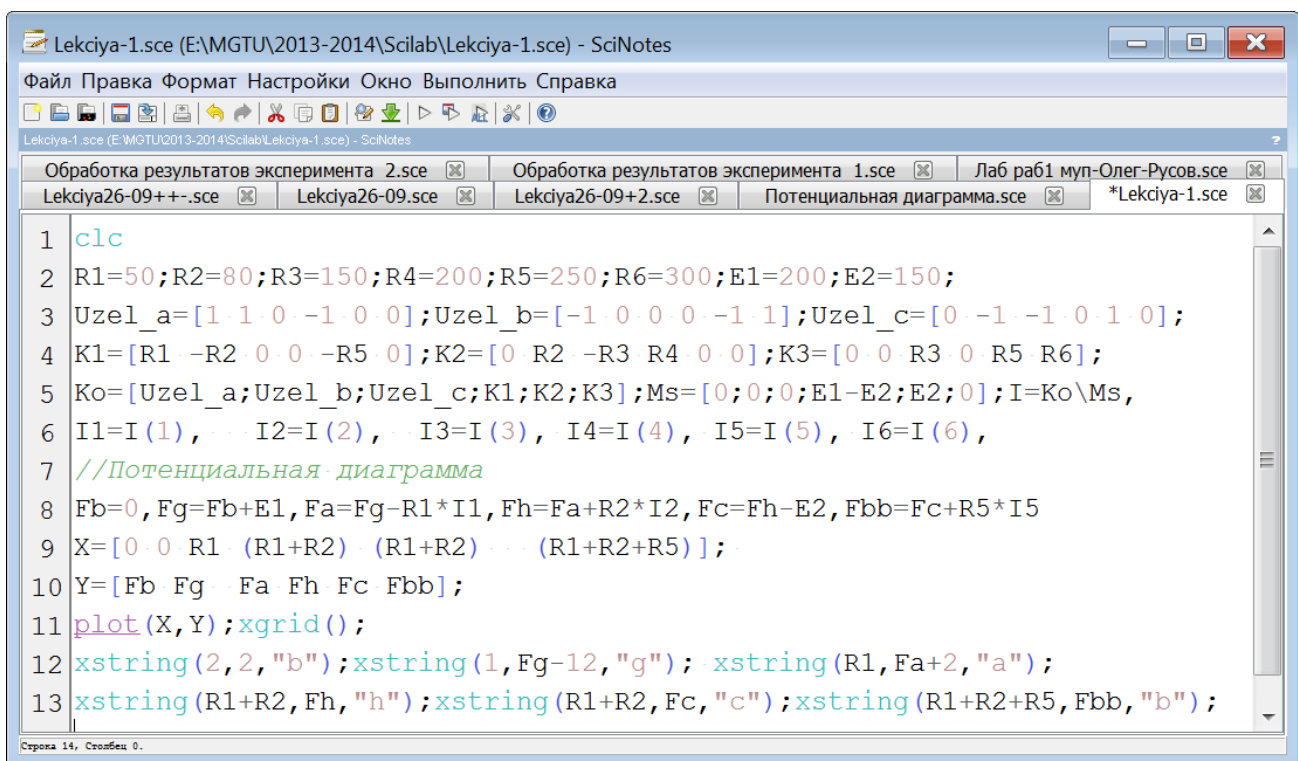
plot(X,Y);xgrid();

xstring(2,2,"b");xstring(1,Fg-12,"g"); xstring(R1,Fa+2,"a");

xstring(R1+R2,Fh,"h");xstring(R1+R2,Fc,"c");

xstring(R1+R2+R5,Fbb,"b");

На рис. 6 показано окно блокнота текстом Scilab-программы.



```
Lekciya-1.sce (E:\MGТУ\2013-2014\Scilab\Lekciya-1.sce) - SciNotes
Файл Правка Формат Настройки Окно Выполнить Справка
Lekciya-1.sce (E:\MGТУ\2013-2014\Scilab\Lekciya-1.sce) - SciNotes
Обработка результатов эксперимента 2.sce Обработка результатов эксперимента 1.sce Лаб раб1 муп-Олег-Русов.sce
Lekciya26-09++-.sce Lekciya26-09.sce Lekciya26-09+2.sce Потенциальная диаграмма.sce *Lekciya-1.sce
1 clc
2 R1=50;R2=80;R3=150;R4=200;R5=250;R6=300;E1=200;E2=150;
3 Uzel_a=[1 1 0 -1 0 0];Uzel_b=[-1 0 0 0 -1 1];Uzel_c=[0 -1 -1 0 1 0];
4 K1=[R1 -R2 0 0 -R5 0];K2=[0 R2 -R3 R4 0 0];K3=[0 0 R3 0 R5 R6];
5 Ko=[Uzel_a;Uzel_b;Uzel_c;K1;K2;K3];Ms=[0;0;0;E1-E2;E2;0];I=Ko\Ms,
6 I1=I(1), I2=I(2), I3=I(3), I4=I(4), I5=I(5), I6=I(6),
7 //Потенциальная диаграмма
8 Fb=0,Fg=Fb+E1,Fa=Fg-R1*I1,Fh=Fa+R2*I2,Fc=Fh-E2,Fbb=Fc+R5*I5
9 X=[0 0 R1 (R1+R2) (R1+R2) (R1+R2+R5)];
10 Y=[Fb Fg Fa Fh Fc Fbb];
11 plot(X,Y);xgrid();
12 xstring(2,2,"b");xstring(1,Fg-12,"g"); xstring(R1,Fa+2,"a");
13 xstring(R1+R2,Fh,"h");xstring(R1+R2,Fc,"c");xstring(R1+R2+R5,Fbb,"b");
Страница 14, Столбец 0.
```

Рис. 6

На рис. 7 приведен вид графического окна с потенциальной диаграммой.

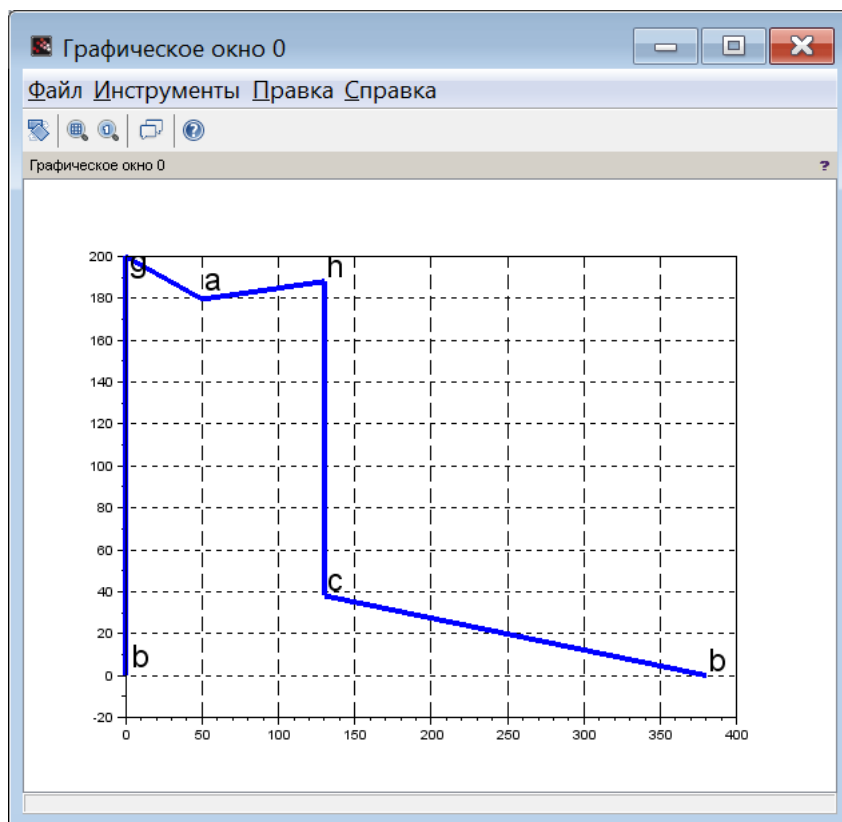


Рис. 7

На рис. 8 приведен вид свойств графического окна, в котором показана перенастройка размера шрифта вывода символов маркировки точек графика. Задан новый размер 5 пунктов (по умолчанию 1 пункт).

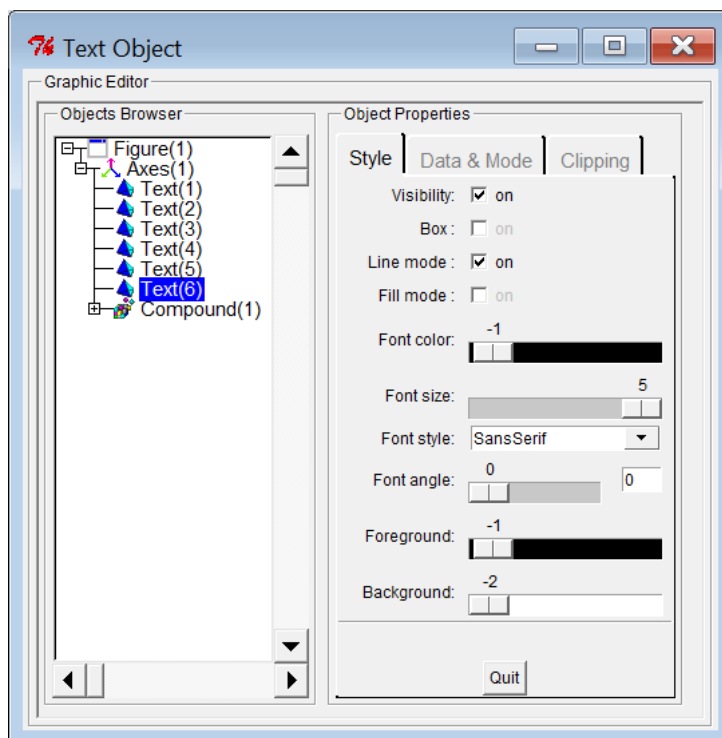


Рис. 8

На рис. 9 приведен вид свойств графического окна, в котором показана перенастройка толщины линии графика. Задан новый размер 4 пиксела (по умолчанию 1 пиксел).

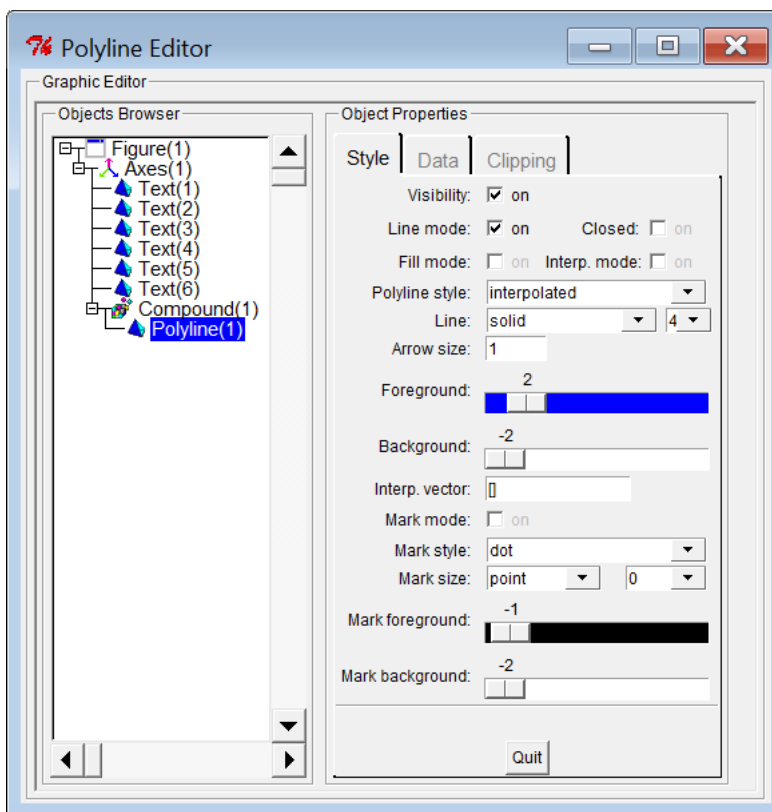


Рис. 9

В этом же окне свойств графического окна перенастраивается размер шрифта, который используется для градуировки координатных осей графика.