ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА SCILAB ПРИ РАСЧЕТЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛЭЦ ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

А.Ф. Шиян 13.06.2014

Если электрическая цепь содержит один или несколько накопителей энергии (катушек или конденсаторов), то в переходных режимах работы такой цепи токи ветвей и напряжения, действующие на участках, изменяются во времени. Математическая модель такой цепи, составленная для мгновенных значений токов и напряжений, носит интегрально-дифференциальный характер, поскольку напряжения на накопителях:

$$u_L = L\frac{di}{dt}, \qquad u_C = \frac{1}{C}\int i\,dt.$$

Решение систем интегрально-дифференциальных уравнений, как правило, задача трудоемкая. Алгебраизовать математические модели электрических цепей, работающих в переходном режиме, позволяет операторный метод. Суть операторного метода состоит в переходе от оригиналов токов и напряжений, являющихся функциями времени, к их операторным изображениям по Лапласу, Карсону-Хевисайду или Фурье. Операторные изображения являются алгебраическими функциями комплексной переменной p. Поэтому переход от математической модели-оригинала к операторной модели-изображению достаточно широко используется на практике.

Свободно распространяемый программный пакет компьютерной математики Scilab, предназначенный для выполнения инженерных и научных вычислений обеспечивает широкие возможности для обработки операторных математических моделей электрических цепей. Несмотря на то, что Scilab не имеет специальных функций для обратного преобразования Лапласа, он способен в значительной мере облегчить пользователю процесс вычисления оригиналов от операторных изображений искомых функций.

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

В данной работе мы проиллюстрируем возможности применения пакета Scilab для расчета переходного процесса операторным методом.

В качестве примера операторным методом исследуем ток в ветви с конденсатором, во время переходного процесса, возникающего в ЛЭЦ постоянного тока при замыкании ключа *SA*.

Схема цепи приведена на рис. 1. ***Параметры ее элементов***: E, = 200 В, R_1 = 10 Ом; R_2 = 40 Ом; R_3 = 40 Ом; R_4 = 10 Ом; L = 0,4 Гн; C = 30 мкФ.

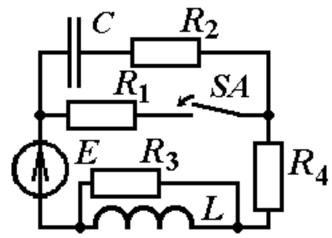


Рис. 1

Для получения операторной схемы замещения цепи необходимо рассчитать начальные условия: токи и напряжения для катушки и конденсатора непосредственно в момент коммутации ключа (момент времени t = 0).

***Расчетная схема замещения цепи для момента времени «непосредственно перед коммутацией»* (*t* = 0_)**. В этот момент времени цепь работает в установившемся режиме. Конденсатор уже полностью заряжен, поэтому ток через него не течет.

На рис. 2 показана расчетная схема замещения цепи для момента времени ***t* = 0_**. На ней конденсатор представлен разрывом участка, ключ разомкнут, катушка заменена перемычкой (напряжение на идеальной катушке $u_L = L\dfrac{di}{dt} = 0,$ поскольку в установившемся режиме работы цепи постоянного тока, скорость изменения тока равна нулю).

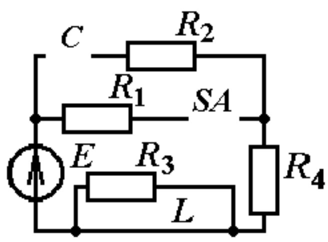


Рис. 2

Токи в ветвях полученной схемы замещения этой цепи не текут – анод источника подключен всего к двум параллельным ветвям с сопротивлениями R_1 и R_2 и обе эти ветви разорваны. Т.о. $i_L(0\_) = 0$, $i_C(0\_) = 0$.

К каждому из этих разрывов приложено напряжение источника 200 В. Следовательно, $u_C(0\_) = 200$ В.

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

Начальные условия: токи и напряжения для катушки и конденсатора в момент коммутации ключа (момент времени t = 0) определим с помощью законов коммутации.

Из первого закона коммутации следует: ток в катушке не может изменяться скачком, поэтому его значение в момент времени «непосредственно после коммутации» $(\boldsymbol{t} = \mathbf{0_+})$ равно значению в момент времени «непосредственно перед коммутацией» $(\boldsymbol{t} = \mathbf{0\_})$

$$i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0\_) = 0.$$

Из второго закона коммутации следует: напряжение на конденсаторе не может изменяться скачком, поэтому его значение в момент времени «непосредственно после коммутации» $(\boldsymbol{t} = \mathbf{0_+})$ равно значению в момент времени «непосредственно перед коммутацией» $(\boldsymbol{t} = \mathbf{0\_})$

$$u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0\_) = 200 \text{ В}.$$

Операторная расчетная схема замещения цепи строится для послекоммутационной цепи, рис. 3. На этой схеме источник ЭДС представлен операторной схемой

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{200}{p};$$

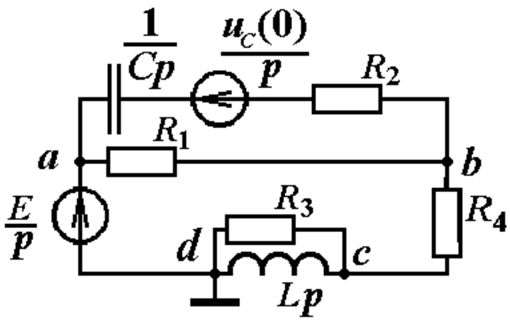


Рис. 3

Операторная схема замещения конденсатора состоит из емкостного операторного сопротивления $1/Cp$ и операторного источника ЭДС

$$E_C(p) = \frac{u_C(0)}{p} = \frac{200}{p}.$$

Операторная схема замещения катушки состоит лишь индуктивного операторного сопротивления Lp (операторного источника ЭДС нет, поскольку $Li_L(0) = 0$).

Рассчитаем цепь методом контурных токов. Выберем систему контурных токов, рис. 4.

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

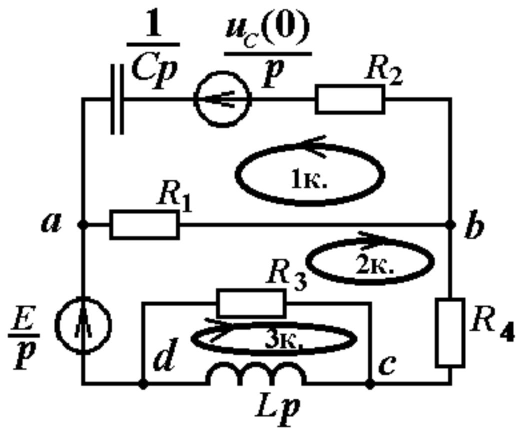


Рис. 4

В нашей модели операторный ток первого контура равен операторному току конденсатора, операторный ток третьего контура равен операторному току катушки/

Распишем коэффициенты матрицы контурных сопротивлений.

Коэффициенты главной диагонали:

$Z_{11}(p) = R_1 + R_2 + 1/Cp;$

$Z_{22}(p) = R_1 + R_3 + R_4;$

$Z_{33}(p) = R_3 + Lp;$

Коэффициенты вне главной диагонали:

$Z_{12}(p) = R_1;$ $Z_{21}(p) = R_1;$

$Z_{13}(p) = 0;$ $Z_{31}(p) = 0;$

$Z_{23}(p) = – R_3;$ $Z_{32}(p) = – R_3;$

Коэффициенты матрицы контурных ЭДС

$E_{11} = u_C(0)/p;$ $E_{22} = E/p;$ $E_{33} = 0;$

Рассчитаем операторные изображения контурных токов средствами программы Scilab. Для этого откроем блокнот, интегрированный в пакет Scilab, и введем в файл сценария исходные данные:

```
E=200; R1=10; R2=40; R3=40; R4=10;
L=0.4; C=30/1000000; uCo=200; iLo=0;
```


© А.Ф. Шиян, 2014 г.

Прежде чем вводить операторные изображения функций, командой

p=poly(0,"p");

объявляем переменную **p** аргументом полинома. После этого вводим:

- операторные изображения коэффициентов матрицы контурных сопротивлений

Z11=R1+R2+1/(C*p);Z22=R1+R3+R4;   Z33=R3+L*p;
Z12=R1; Z21=R1; Z13=0;   Z31=0;   Z23=-R3; Z32=-R3;

- матрицу операторных изображений контурных сопротивлений

Z00=[Z11 Z12 Z13; Z21 Z22 Z23; Z31 Z32 Z33];

- операторные изображения коэффициентов матрицы контурных ЭДС

E11=uCo/p;   E22=E/p;   E33=0;

- матрицу операторных изображений контурных ЭДС

Ek=[E11;E22;E33];

- команду для вычисления матрицы операторных изображений контурных токов

Ikt=Z00\Ek

- команду для присвоения переменной с именем **IcP** операторного выражения первого коэффициента матрицы операторных изображений контурных токов. Первый контурный ток равен искомому операторному току конденсатора

IcP=Ikt(1,1)

- команду для присвоения переменной с именем **iC1** операторного выражения полинома, стоящего в числителе операторного тока конденсатора

iC1=numer(IcP);

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

- команду для присвоения переменной с именем **iC2** операторного выражения полинома, стоящего в знаменателе операторного тока конденсатора

iC2=denom(IcP);

- команду для вычисления корней знаменателя

P00=roots(iC2),

- команду для присвоения переменной с именем **Nn** числового значения количества корней знаменателя

Nn=size(P00,'r')

- команду для вычисления производной от знаменателя

iC3=derivat(iC2);

- команду для присвоения переменной с именем **iC1o** матрицы числовых коэффициентов полинома числителя

iC1o=coeff(iC1),

- команду для присвоения переменной с именем **iC2o** матрицы числовых коэффициентов полинома производной знаменателя

iC2o=coeff(iC3);

- команду для присвоения переменной с именем **k** матрицы из **Nn** числовых значений с шагом равным **1** (Nn – число корней знаменателя). В нашем случае полином знаменателя имеет третью степень, следовательно, Nn = 3. Причем третий корень получился равным нулю

k=[1:1:Nn];

- команду для присвоения переменной с именем **iCt_1** числового значения коэффициента перед первой экспонентой оригинала тока конденсатора, рассчитанного по методу Хевисайда

iCt_1=sum(iC1o(k).*(P00(1))^(k-1))/sum(iC2o(k).*(P00(1))^(k-1))

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

- команду для присвоения переменной с именем **iCt_2** числового значения коэффициента перед второй экспонентой оригинала тока конденсатора

iCt_2=sum(iC2o(k).*(P00(2))^(k-1))/sum(iC2o(k).*(P00(2))^(k-1))

- команду для присвоения переменной с именем **iCt_3** числового значения коэффициента перед третьей экспонентой оригинала тока конденсатора

iCt_3=sum(iC1o(k).*(P00(3))^(k-1))/sum(iC2o(k).*(P00(3))^(k-1))

- команду для присвоения переменной с именем **t** матрицы числовых значений исследуемого диапазона времени от 0 до 0,1 секунды, с шагом 0,001 секунды

t=[0:0.001:0.1];

- команду для присвоения переменной с именем **ioC** матрицы числовых значений исследуемого тока конденсатора. В это уравнение мы не включили третью экспоненту по двум причинам: ее показатель степени (третий корень знаменателя) равен нулю; коэффициент перед третьей экспонентой близок к нулю (его числовое значение равно $-4{,}068 \cdot 10^{-14}$ A)

ioC=iCt_1*%e^(P00(1)*t)+iCt_2*%e^(P00(2)*t);

- команду для вывода графика тока конденсатора в графическое окно

plot(t,ioC,'b');xgrid();

После запуска файла-сценария с этим программным на исполнение, в графическом окне, см. рис. 5, получили график тока конденсатора во время переходного процесса, вызванного коммутацией ключа.

В командном окне были выведены числовые результаты всех команд программного кода, не закрытых символом «;».

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

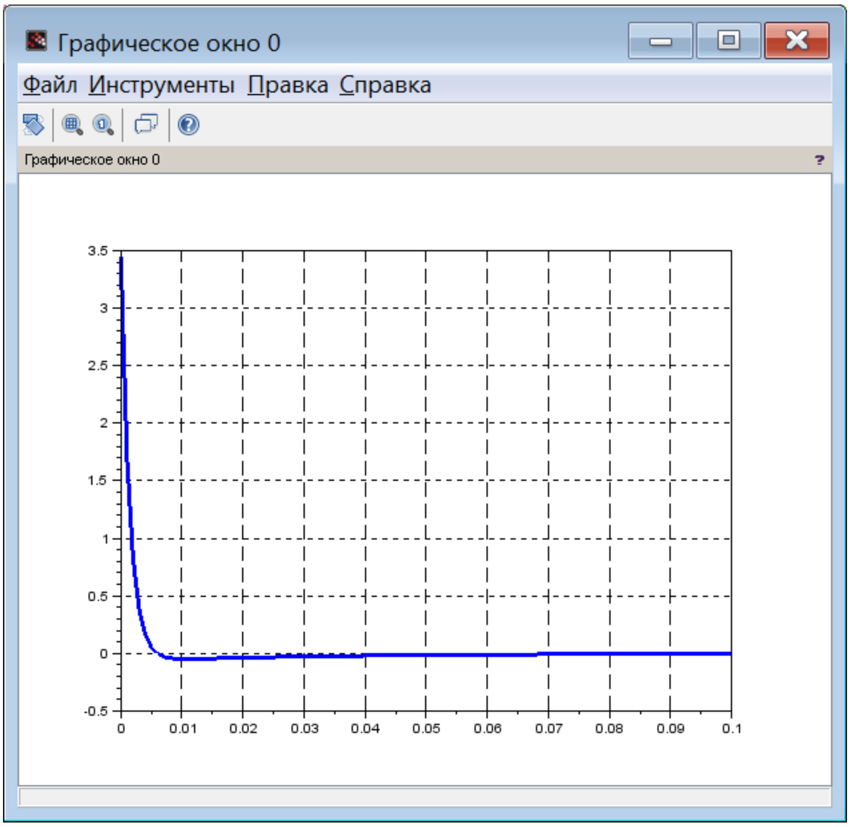


Рис. 5

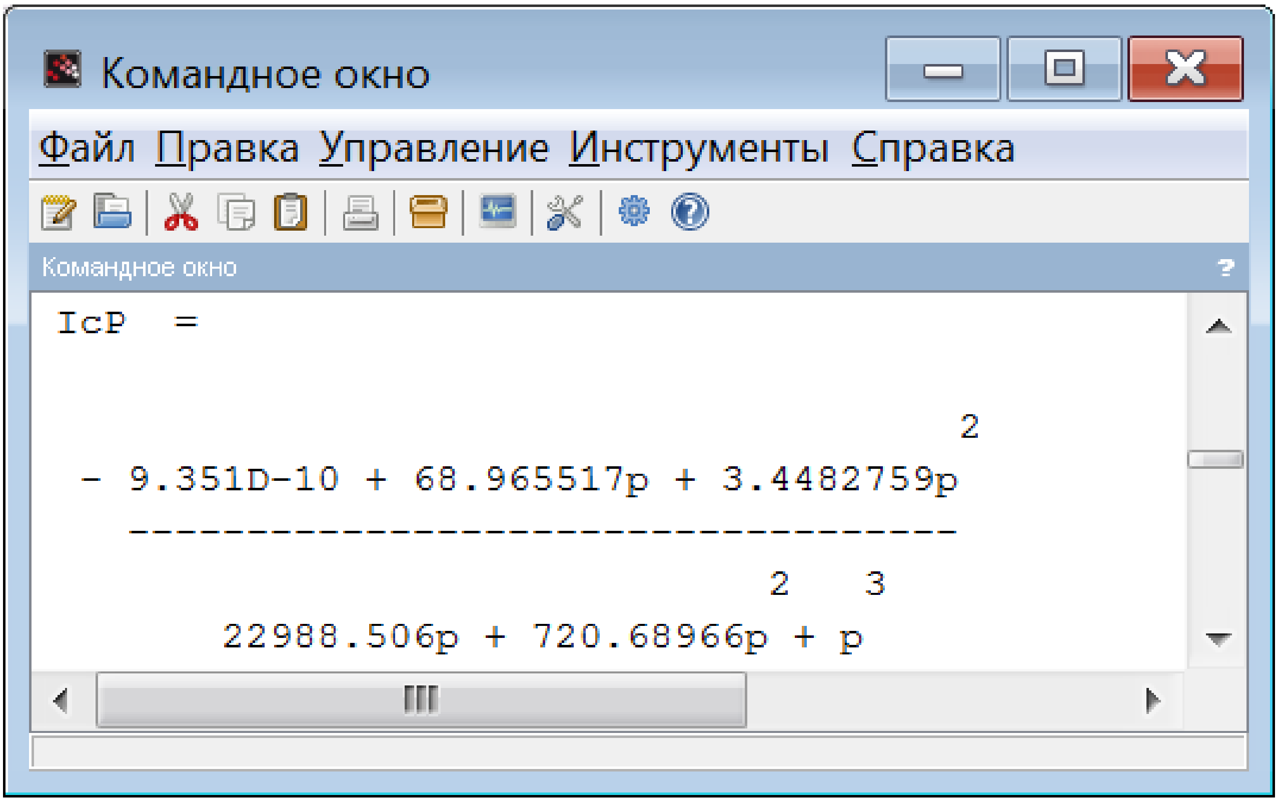
Среди этих данных:

- матрица операторных изображений контурных токов

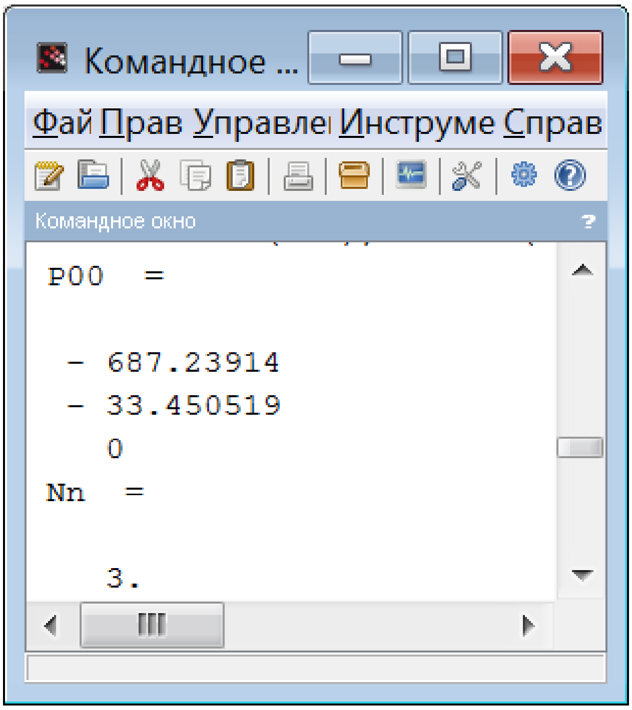
```
Ikt  =

                                                   2
  - 9.351D-10 + 68.965517p + 3.4482759p
    -----------------------------------
                               2     3
          22988.506p + 720.68966p  + p

                                         2
    229885.06 + 2574.7126p + 2.7586207p
    -----------------------------------
                               2     3
          22988.506p + 720.68966p  + p

      229885.06 + 275.86207p
    --------------------------
                           2     3
    22988.506p + 720.68966p  + p
```


© А.Ф. Шиян, 2014 г.

- Операторное изображение тока конденсатора



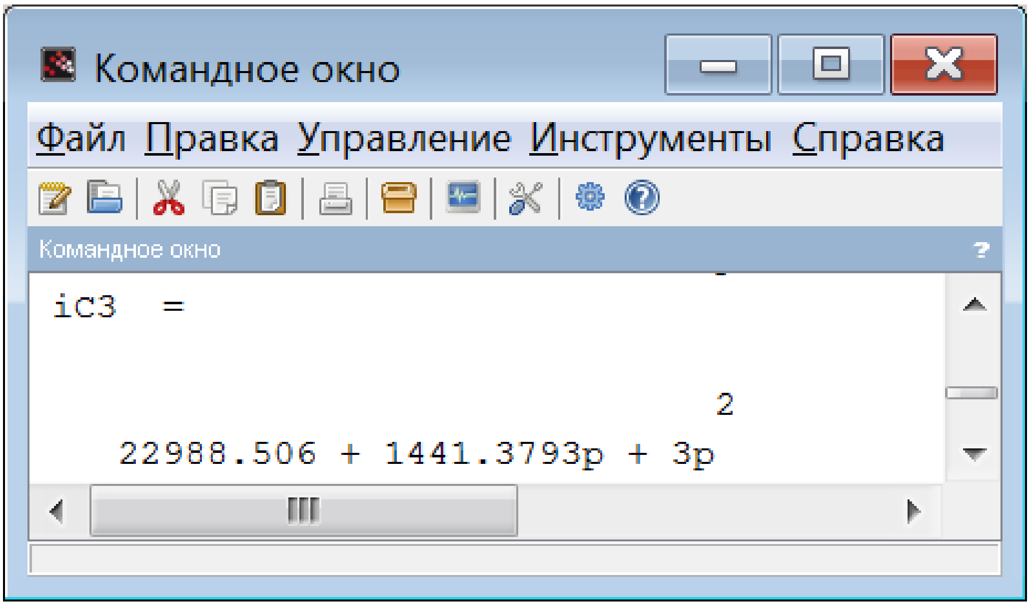
- Корни знаменателя



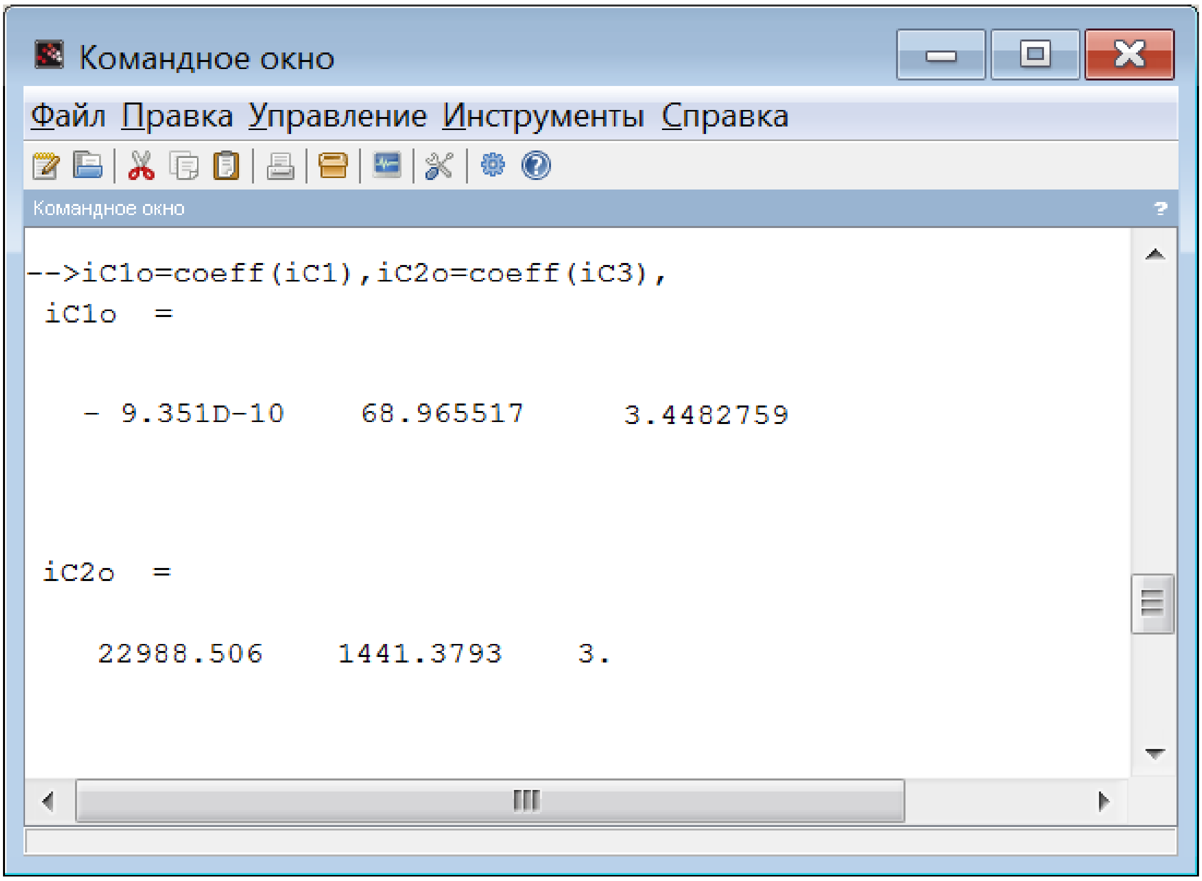
p_1 = – 687.23914 $с^{-1}$; **p_2 = – 33.450519 $с^{-1}$;** **p_3 = 0 $с^{-1}$;**

© А.Ф. Шиян, 2014 г.

- Производная знаменателя

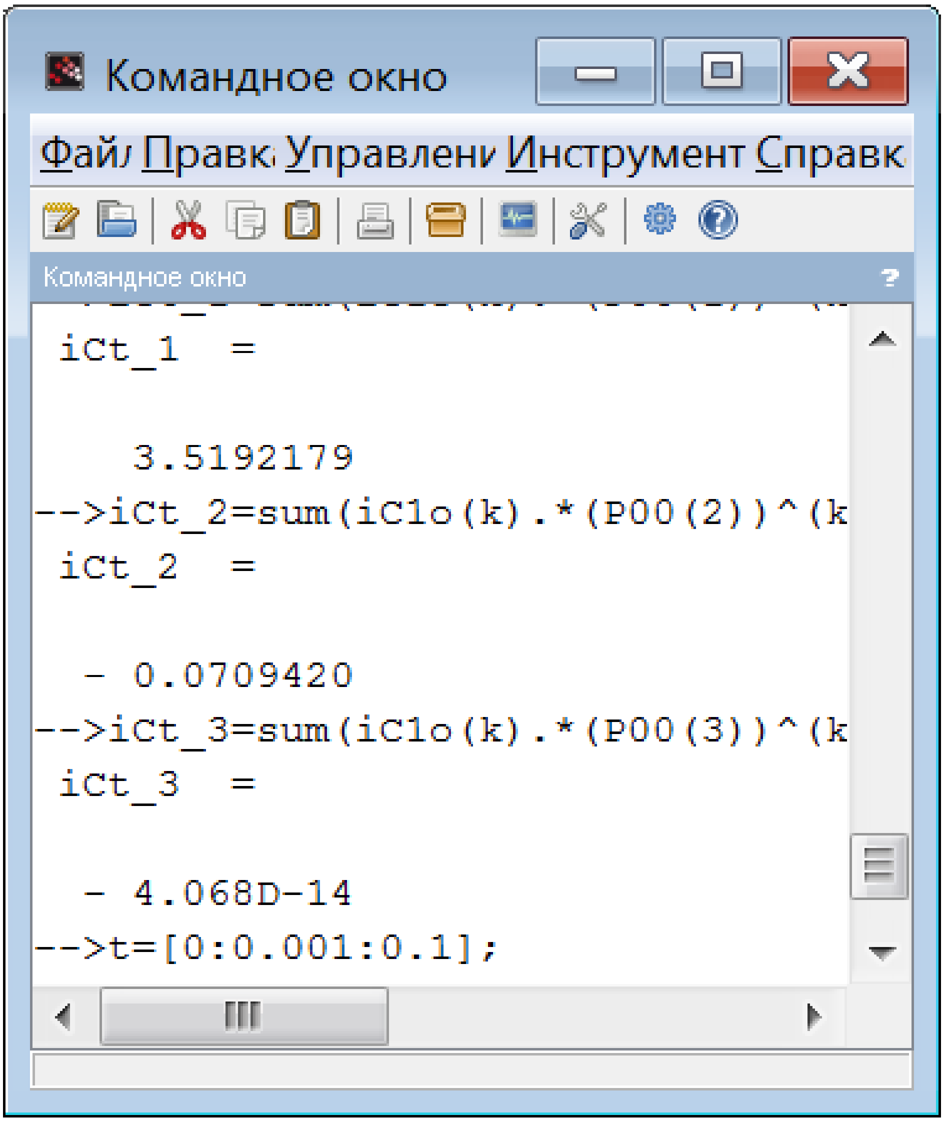


- Коэффициенты полиномов числителя и производной знаменателя



© А.Ф. Шиян, 2014 г.

- Коэффициенты перед экспонентами тока переходного процесса



iCt_1 = 3,5192179 А;
iCt_2 = 0,070942 А;
iCt_3 = – 4,068×10^{-14} ≈ 0 А.

Используя эти значения, запишем аналитическое выражение оригинала тока конденсатора

$$i_C(t) = 3{,}5192179\, e^{-687.23914t} + 0{,}070942\, e^{-33.450519t}$$

Модернизируя предлагаемый Scilab-код, можно рассчитывать переходные процессы в ЛЭЦ любой сложности.

© А.Ф. Шиян, 2014 г.