# КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД
# ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА (ПП)
# ВЫЗВАННОГО В ЛЭЦ КОММУТАЦИЕЙ КЛЮЧА

А.Ф. Шиян 21.05.2015

## 1.1. Исходная схема исследуемой ЛЭЦ и параметры ее элементов

Схема исследуемой цепи приведена на рис. 1. Параметры ее элементов:

$R_1 = R_3 = R_4 = 200$ Ом;

$R_2 = 100$ Ом;

$L = 0{,}5$ Гн;

$C = 100$ мкФ;

$E = 200$ В

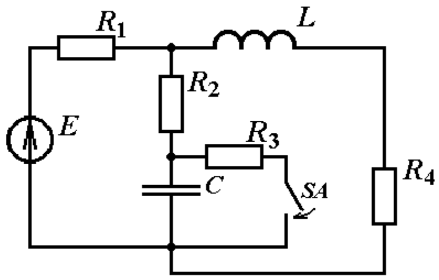



Рис. 1

## 1.2. Качественный анализ ПП и компьютерное моделирование его этапов

### 1.2.1. Расчетная схема и анализ поведения исследуемой ЛЭЦ в момент времени непосредственно перед коммутацией ключа ($t = 0_-$)

Расчетная схема замещения (рис. 2) моделирует установившийся режим работы исследуемой цепи, который продолжается вплоть до коммутации ключа.

На данной схеме замещения конденсатору соответствует разомкнутый участок с бесконечным сопротивлением, на концах которого действует напряжение $u_C(0_-)$.

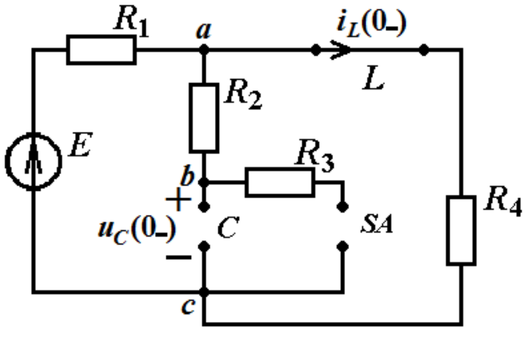



Рис. 2

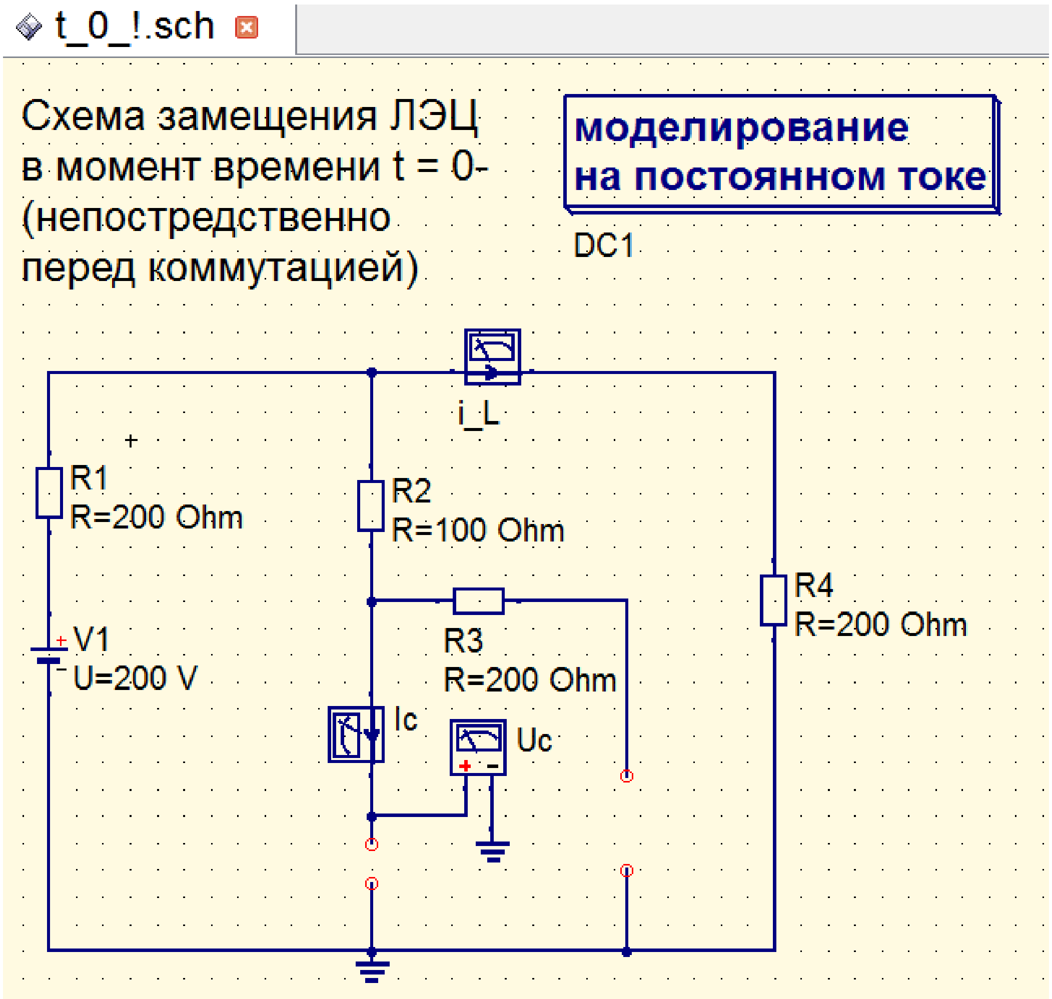
Катушке соответствует замкнутый участок с нулевым сопротивлением, через который течет ток $i_L(0_-)$.

$$i_L(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_4} = \frac{200}{200 + 200} = 0{,}5 \text{ (А)}, \qquad u_L(0_-) = 0.$$

$$i_C(0_-) = 0, \qquad u_C(0_-) = R_4 i_L(0_-) = 200 \times 0{,}5 = 100 \text{ (В)}.$$

### 1.2.2. Компьютерная Qucs-симуляция работы исследуемой ЛЭЦ, в момент времени t = 0_

Результаты симуляции работы исследуемой ЛЭЦ в докоммутационном режиме с помощью компьютерной модели в среде Qucs показаны на рис. 3.




| number | i_L.I | Uc.V |
|---|---|---|
| 1 | 0.5 | 100 |

Рис. 3

Результаты компьютерной симуляции совпали с результатами вычислительного эксперимента:

$$\boldsymbol{i_L(0_-) = 0{,}5\ \text{А}}, \qquad \boldsymbol{u_L(0_-) = 0\ \text{В}},$$

$$\boldsymbol{i_C(0_-) = 0\ \text{А}}, \qquad \boldsymbol{u_C(0_-) = 100\ \text{В}}.$$

### 1.2.3. Расчетная схема работы исследуемой ЛЭЦ в момент времени $t = 0_+$

Расчетная схема замещения, изображенная на рис. 4, моделирует поведение исследуемой цепи, ***непосредственно после коммутации*** ключа.

Катушка на этой схеме представлена, в соответствии с первым законом коммутации, идеальным источником тока $\boldsymbol{J_L} = \boldsymbol{i_L(0_-) = 0{,}5}$ (А), а конденсатор, в соответствии со вторым законом коммутации, – идеальным источником ЭДС $\boldsymbol{E_C = u_C\,(0_-)} = 100$ (В). Обратите внимание на выбор положительных направлений токов и напряжений накопителей: схема, приведенная на рис. 2, позволяет однозначно определить направление тока в катушке и напряжения на конденсаторе. Поэтому идеальный источник тока $\boldsymbol{J_L}$, замещающий катушку, направлен так же, как ток $\boldsymbol{i_L(0_-)}$. Положительное направление напряжения на источнике тока $\boldsymbol{J_L}$ выбираем по направлению тока $\boldsymbol{J_L}$.

$\boldsymbol{E_C}$ – идеальный источник ЭДС, замещающий конденсатор, направлен к узлу с более высоким потенциалом. Положительное направление тока конденсатора выбираем против направления источника ЭДС $\boldsymbol{E_C}$.

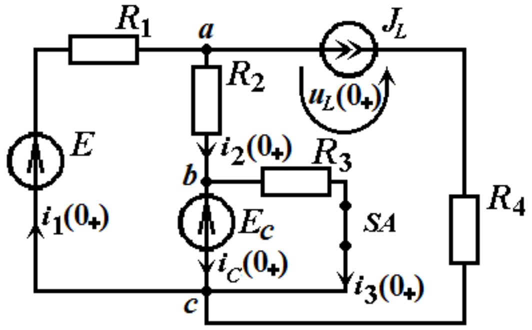



Рис. 4

Рассчитаем эту схему замещения методом узловых потенциалов. Примем потенциал узла ***c*** равным нулю

$$\varphi_c(0_+) = 0.$$

Тогда потенциал узла ***b*** равен

$$\varphi_b(0_+) = \varphi_c(0_+) + E_C = 0 + 100 = 100\ \text{(В)}.$$

Уравнение для узла $a$

$$G_a\varphi_a(0_+) - G_{ab}\varphi_b(0_+) = i_{aa}(0_+),$$

где $\boldsymbol{G_a}$ – узловая проводимость узла $\boldsymbol{a}$, равна сумме проводимостей всех ветвей, подключенных к узлу $\boldsymbol{a}$

$$G_a = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4 + \infty} = \frac{1}{200} + \frac{1}{100} + 0 = \frac{3}{200}\ (\text{См});$$

$\boldsymbol{G_{ab}}$ – взаимная (межузловая) проводимость, проводимость ветви, включенной между узлами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$

$$G_{ab} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{100}\ (\text{См});$$

$\varphi_b$ – потенциал узла $b$

$$\varphi_b(0_+) = 100\ (\text{В});$$

$i_{aa}(0_+)$ – узловой ток узла $a$, равен алгебраической сумме токов короткого замыкания ветвей, подключенных к узлу $a$

$$i_{aa}(0_+) = \frac{E}{R_1} - J_L = \frac{200}{200} - 0{,}5 = 0{,}5\ (\text{А}).$$

С учетом этого, уравнение для узла $\boldsymbol{a}$

$$G_a\varphi_a(0_+) = i_{aa}(0_+) + G_{ab}\varphi_b(0_+) = 0{,}5 + 1 = 1{,}5\ (\text{А}),$$

$$\varphi_a(0_+) = \frac{i_{aa}(0_+) + G_{ab}\varphi_b(0_+)}{G_a} = 1{,}5 \times \frac{200}{3} = 100(\text{В}).$$

В соответствии со вторым законом Кирхгофа, напряжение $\boldsymbol{u_{ac}}$, действующее на концах ветви с катушкой $\boldsymbol{L}$ и резистором $\boldsymbol{R_4}$

$$\boldsymbol{u_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = \varphi_a = u_L + R_4\, i_L(0_+),}$$

$$\boldsymbol{u_L(0_+) = \varphi_a - R_4\, i_L(0_+) = 100 - 200 \times 0{,}5 = 0.}$$

В соответствии с законом Ома, ток второй ветви

$$\boldsymbol{i_2(0_+) = (\varphi_a - \varphi_b)/R_2 = (100 - 100)/\ 100 = 0\ (\text{А}).}$$

Аналогично, ток третьей ветви

$$\boldsymbol{i_3(0_+) = E_C/R_3 = 100\ /\ 200 = 0{,}5\ (\text{А}).}$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа, ток конденсатора

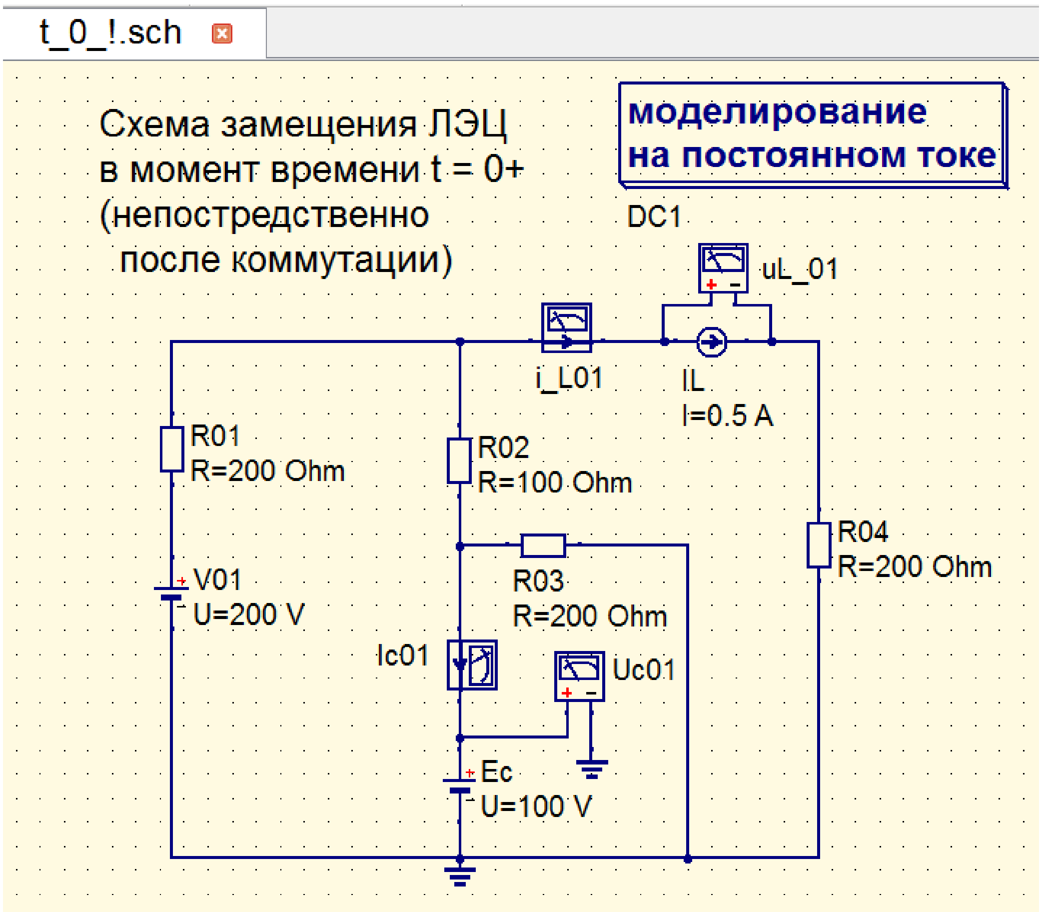
$$\boldsymbol{i_C(0_+) = i_2(0_+) - i_3(0_+) = 0 - 0{,}5 = -0{,}5\ (\text{А}).}$$

Таким образом,

$$u_L(0_+) = 0, \qquad i_C(0_+) = -0{,}5 \text{ (A)}.$$

### 1.2.4. Компьютерная Qucs-симуляция работы исследуемой ЛЭЦ, в момент времени $t = 0_+$

Результаты Qucs-симуляции работы исследуемой ЛЭЦ в момент времени ***непосредственно после коммутации ключа***, показаны на рис. 5.




| number | i_L01.I | uL_01.V | Ic01.I | Uc01.V |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.5 | 0 | -0.5 | 100 |

Рис. 5

Результаты компьютерной симуляции совпали с результатами вычислительного эксперимента:

$$i_L(0_+) = 0{,}5 \text{ A}, \qquad u_L(0_+) = 0 \text{ B},$$

$$i_C(0_+) = -0{,}5 \text{ A}, \qquad u_C(0_+) = 100 \text{ B}.$$

### 1.2.5. Расчетная схема исследуемой ЛЭЦ для анализа режима работы исследуемой ЛЭЦ, установившегося по завершению ПП (момент времени $t = \infty$)

Расчетная схема замещения, изображенная на рис. 6, моделирует поведение исследуемой цепи, после завершения ПП, вызванного коммутацией ключа.

Как и в установившемся докоммутационном режиме, на данной схеме замещения конденсатору соответствует разомкнутый участок с бесконечным сопротивлением, на концах которого действует напряжение $\boldsymbol{u_C}$.

Катушке соответствует замкнутый участок с нулевым сопротивлением, через который течет ток $\boldsymbol{i_L}$.

Токи и напряжения, действующие в цепи после завершения ПП, называются принужденными.

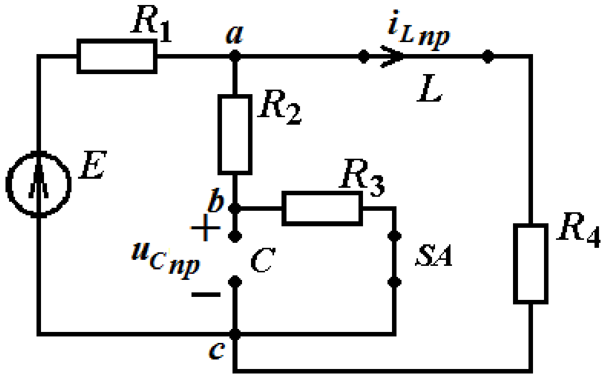



Рис. 6

Принужденное значение напряжения, действующего между узлами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{c}$, равно

$$u_{ab_{\text{ПР}}} = \frac{E/R_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{200/200}{\frac{1}{200} + \frac{1}{100 + 200} + \frac{1}{200}} = 75.$$

Принужденное значение тока, протекающего во втором и третьем резисторах

$$i_{3_{\text{ПР}}} = \frac{u_{ab_{\text{ПР}}}}{R_2 + R_3} = \frac{75}{100 + 200} = 0{,}25 \text{ (A)}.$$

Принужденное значение напряжения, действующего на конденсаторе, равно

$$u_{C_{\text{ПР}}} = R_3 i_{3_{\text{ПР}}} = 200 \times 0{,}25 = 50 \text{ В.}$$

Принужденное значение тока катушки

$$i_{L_{\text{ПР}}} = \frac{u_{ab_{\text{ПР}}}}{R_4} = \frac{75}{200} = 0{,}375 \text{ (А).}$$

### 1.2.6. Компьютерная Qucs-симуляция работы исследуемой ЛЭЦ в режиме, установившемся по завершению ПП

Результаты Qucs-симуляции работы исследуемой ЛЭЦ в установившемся после коммутации режиме, показаны на рис. 7.

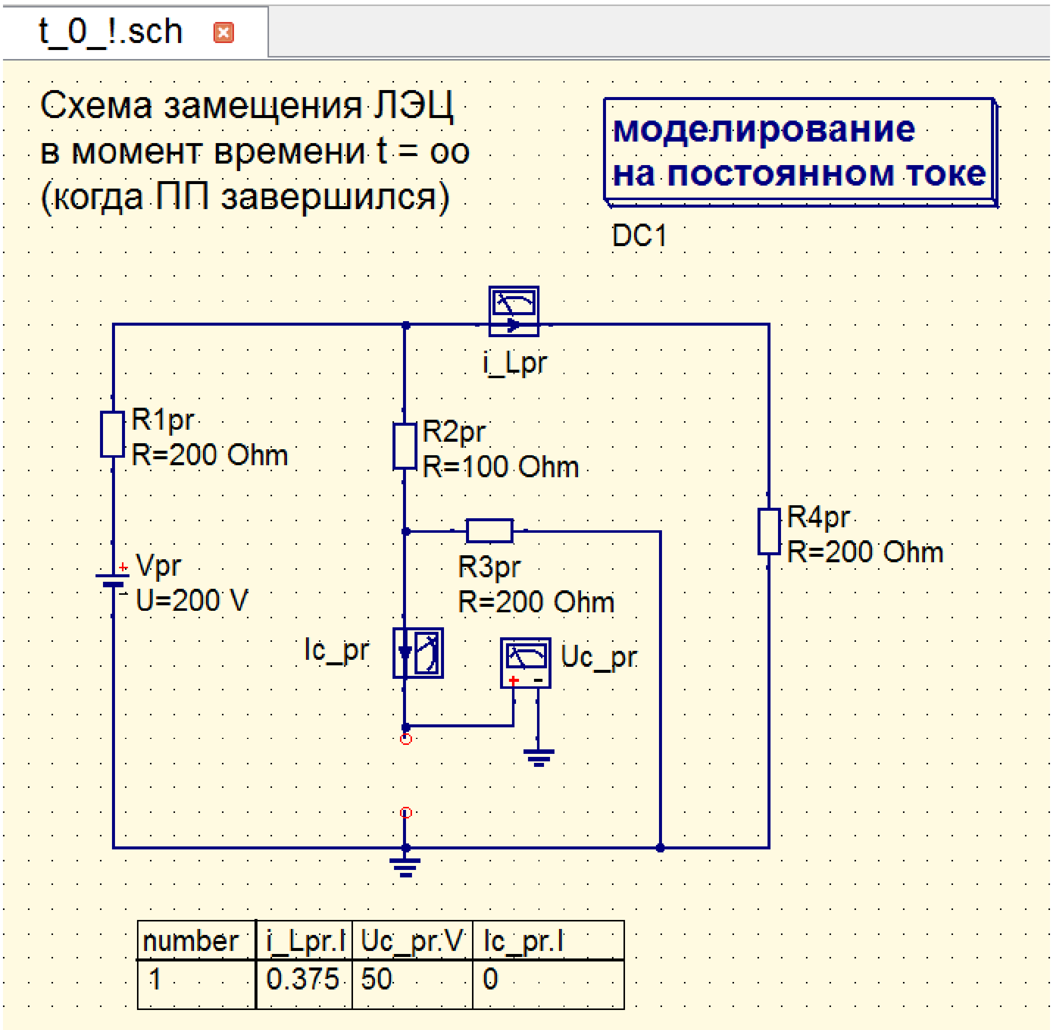



Рис. 7

Результаты компьютерной симуляции полностью совпали с результатами вычислительного эксперимента:

$$\boldsymbol{i_{L\text{пр}} = 0{,}375 \text{ А}, \qquad u_{L\text{пр}} = 0 \text{ В},}$$

$$i_{C\text{пр}} = 0 \text{ А}, \qquad u_{C\text{пр}} = 50 \text{ В}.$$

### 1.2.7. Графическая интерпретация результатов качественного анализа токов и напряжений ПП в исследуемой ЛЭЦ

Используя граничные значения токов и напряжений, полученные в процессе качественного анализа (см. 1.2.1 – 1.2.6), графически изобразим качественные зависимости параметров ПП на рис. 8.

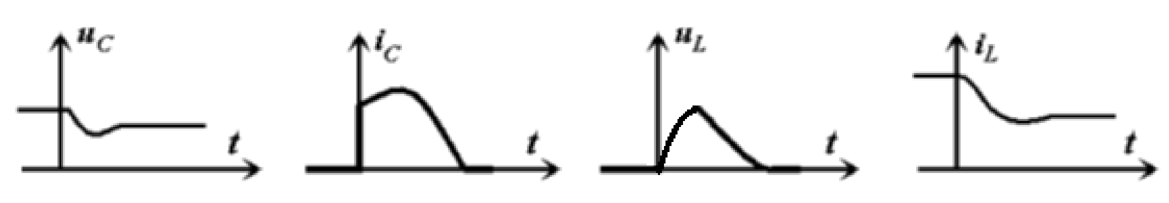



Рис. 8. Кривые изменения напряжений и токов ПП

## 1.3. Расчет ПП в ЛЭЦ классическим методом. Сравнение результатов расчета с результатами компьютерного моделирования

### 1.3.1. Получение характеристического уравнения методом главного определителя

Расчетная схема замещения, необходимая для составления характеристического уравнения методом главного определителя приведена на рис. 9. Эта схема получена на основе исследуемой послекоммутационной цепи для мгновенных значений свободных токов – токов, которые протекают в исследуемой ЛЭЦ не за счет энергии источников питания, а за счет разрядки катушек и конденсаторов цепи.

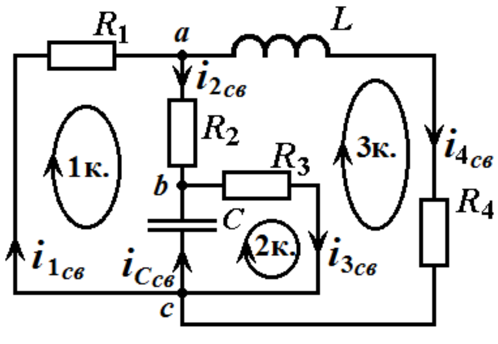



Рис. 9

Математическая модель этой цепи, составленная на основе законов Кирхгофа, имеет вид:

$$\begin{cases} i_{1_{\text{св}}} - i_{2_{\text{св}}} - i_{4_{\text{св}}} = 0 \\ i_{2_{\text{св}}} - i_{3_{\text{св}}} + i_{C_{\text{св}}} = 0 \\ R_1 i_{1_{\text{св}}} + R_2 i_{2_{\text{св}}} - \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_{C_{\text{св}}} dt = 0 \\ \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_{C_{\text{св}}} dt + R_3 i_{3_{\text{св}}} = 0 \\ -R_2 i_{2_{\text{св}}} - R_3 i_{3_{\text{св}}} + R_4 i_{4_{\text{св}}} + L\dfrac{di_{4_{\text{св}}}}{dt} = 0 \end{cases}$$

Алгебраизованная математическая модель этой цепи, получается после формальной замены интегралов и дифференциалов алгебраическими выражениями

$$\begin{cases} \displaystyle\int dt & \div & \dfrac{1}{p} \\ \dfrac{d}{dt} & \div & p \end{cases}$$

Алгебраизованная математическая модель исследуемой цепи имеет следующий вид

$$\begin{cases} i_{1_{\text{св}}} - i_{2_{\text{св}}} - i_{4_{\text{св}}} = 0 \\ i_{2_{\text{св}}} - i_{3_{\text{св}}} + i_{C_{\text{св}}} = 0 \\ R_1 i_{1_{\text{св}}} + R_2 i_{2_{\text{св}}} - i_{C_{\text{св}}}/pC = 0 \\ i_{C_{\text{св}}}/pC + R_3 i_{3_{\text{св}}} = 0 \\ -R_2 i_{2_{\text{св}}} - R_3 i_{3_{\text{св}}} + R_4 i_{4_{\text{св}}} + pLi_{4_{\text{св}}} = 0 \end{cases}$$

Приравняв к нулю главный определитель, составленный из коэффициентов алгебраизованной математической модели исследуемой цепи, приходим к характеристическому уравнению

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & \dfrac{-1}{pC} \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & \dfrac{1}{pC} \\ 0 & -R_2 & -R_3 & (R_4 + pL) & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Чтобы привести такое характеристическое уравнение к стандартному виду, нужно раскрыть определитель. Тривиальной эта задача является лишь для определителей размерностью не более 3×3. В рассматриваемом случае эта задача весьма трудоемка, т.к. размерность определителя 5×5, поэтому для решения используем возможности пакета компьютерной математики Scilab.

Приведем Scilab-код для приведения характеристического уравнения к стандартному виду и вычисления корней этого уравнения.

***Scilab-код***

```
//Очистка командного окна от результатов предыдущих исчислений
clc;

//Ввод исходных числовых данных
E=200;R1=200;R2=100;R3=200;R4=200;C=100/1000000, L=0.5;

//Объявление переменной p аргументом полинома
p=poly(0,"p");

//Ввод матрицы главного определителя
Matr=[1 -1 0 -1 0; 0 1 -1 0 1; R1 R2 0 0 -1/(p*C);
0 0 R3 0 1/(p*C); 0 -R2 -R3 (R4 + p*L) 0],

//Вычисление определителя
Determinant=det(Matr)

//Присвоение переменным:
// HaraktUr – выражения, составляющего числитель определителя
// Zp2 – выражения, составляющего знаменатель определителя
HaraktUr =numer(Determinant;Zp2=denom(Determinant);

//Вывод в командное окно левой части характеристического уравнения
HaraktUr,

Zp2, //Вывод в командное окно знаменателя детерминанта

//Вычисление корней уравнения: HaraktUr = 0
P00=roots(HaraktUr),
```

Результат исчисления приведен на рис. 10. Мы получили характеристическое уравнение в стандартной форме:

$$-0{,}0003p^2 - 0.185\,p - 16 = 0;$$

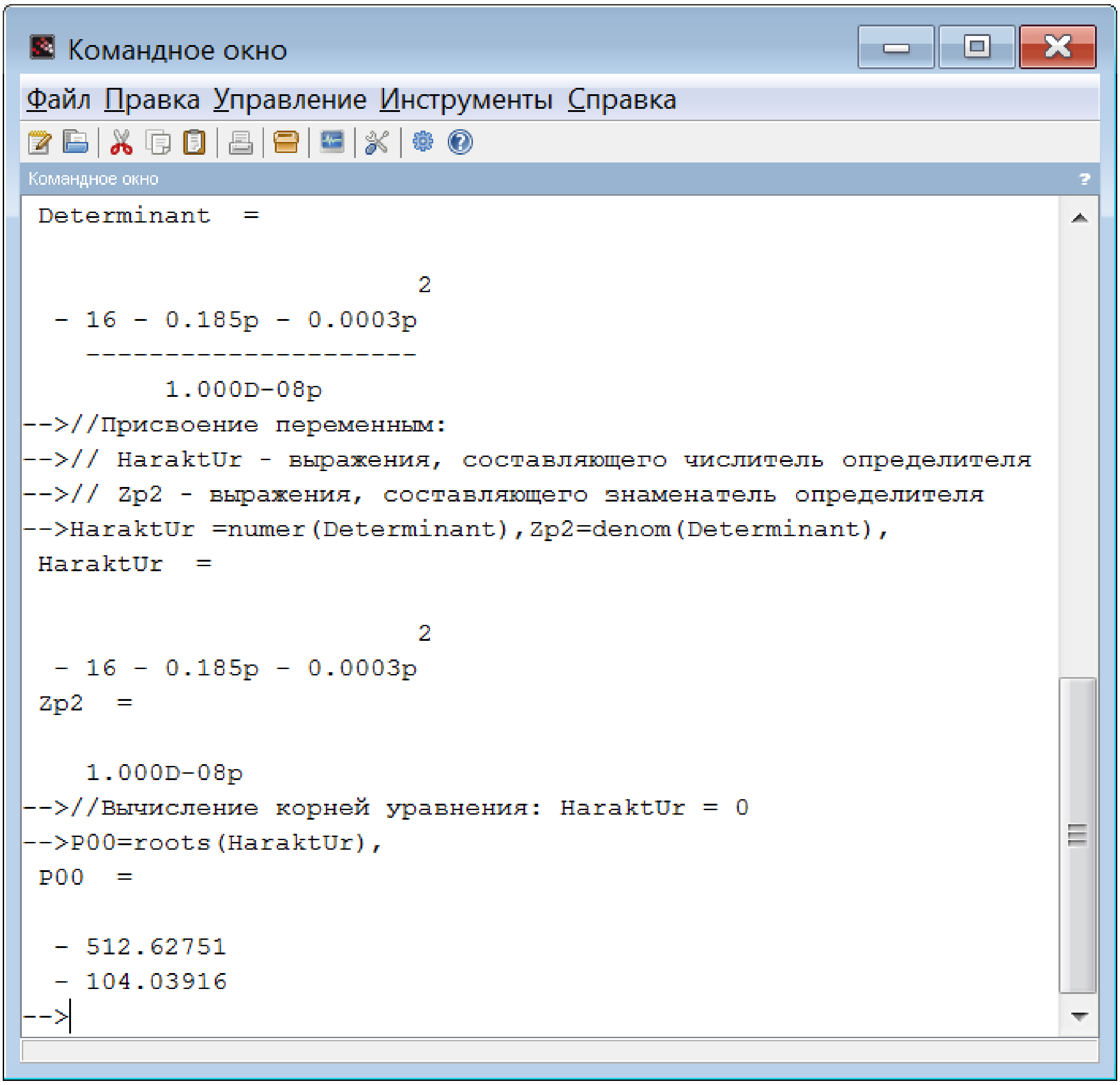



Рис. 10

Результат исчисления корней характеристического уравнения:

$$p_1 = -512{,}62751;\ \ p_2 = -104{,}03916.$$

*Корни характеристического уравнения действительные, отрицательные. Это значит, что ПП апериодический (т.е. не колебательный).*

### 1.3.2. Получение характеристического уравнения методом входного сопротивления

Расчетную схему замещения, позволяющую получить характеристическое уравнение, создадим на основе исходной схемы, находящейся в послекоммутационном состоянии следующим образом:

a) исключим из исходной схемы источники электрической энергии (см. рис. 9);
b) заменим накопители энергии их комплексными сопротивлениями: катушки – индуктивными сопротивлениями $j\omega L$, конденсаторы – емкостными сопротивлениями $1/j\omega C$ и поменяем $j\omega$ на $p$;
c) разорвем произвольно выбранную ветвь полученной схемы замещения. Точки разрыва будем считать входными выводами цепи;
d) запишем выражение входного сопротивления $Z(p)$ и приравняем его к нулю.

На рис. 11 показан результат трансформирования исходной схемы исследуемой ЛЭЦ в расчетную схему, для составления характеристического уравнения.

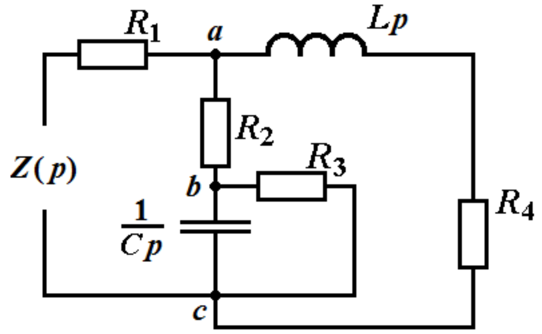



Рис. 11

Запишем для полученной схемы выражение для входного сопротивления

$$Z(p) = R_1 + \frac{(R_4 + Lp)\left(R_2 + \dfrac{R_3 \dfrac{1}{Cp}}{R_3 + \dfrac{1}{Cp}}\right)}{(R_4 + Lp) + \left(R_2 + \dfrac{R_3 \dfrac{1}{Cp}}{R_3 + \dfrac{1}{Cp}}\right)}$$

Оптимизируем полученное выражение, приведя его к стандартной дроби, используя пакет компьютерной математики Scilab. Ниже приведем Scilab-код для приведения характеристического уравнения к стандартному виду и вычисления корней уравнения.

***Scilab-код***

```
//Очистка командного окна от результатов предыдущих исчислений
clc;

//Ввод исходных числовых данных
E=200;R1=200;R2=100;R3=200;R4=200;C=100/1000000, L=0.5;

//Объявление переменной p аргументом полинома
p=poly(0,"p");

//Вычисление эквивалентного сопротивления ветвей C и R3
Zbc=R3*(1/(C*p))/(R3+(1/(C*p)));

//Вычисление сопротивления участка Zac
Zac1=R2+Zbc;Zac2=R4+L*p; Zac = Zac1*Zac2/(Zac1+Zac2);

//Вычисление входного сопротивления Z(p)
Zp=R1+Zac,

//Присвоение переменным:
// HaraktUr – выражения, составляющего числитель определителя
// Zp2 – выражения, составляющего знаменатель определителя
HaraktUr =numer(Zp),Zp2=denom(Zp),

//Вычисление корней уравнения: HaraktUr = 0
P00=roots(HaraktUr),
```

Результат исчисления приведен на рис. 12. Мы получили характеристическое уравнение в стандартной форме:

$$\mathbf{300}\boldsymbol{p}^2 + \mathbf{185000}\,\boldsymbol{p} + \mathbf{16000000 = 0.}$$

Это уравнение повторяет уравнение, полученное методом главного определителя с тем лишь отличием, что его обе части умножены на миллион. Естественно, что результат исчисления корней характеристического уравнения полностью совпадает с результатом, полученным ранее:

$$\boldsymbol{p}_1 = -\,\mathbf{512{,}62751};\quad \boldsymbol{p}_2 = -\,\mathbf{104{,}03916.}$$

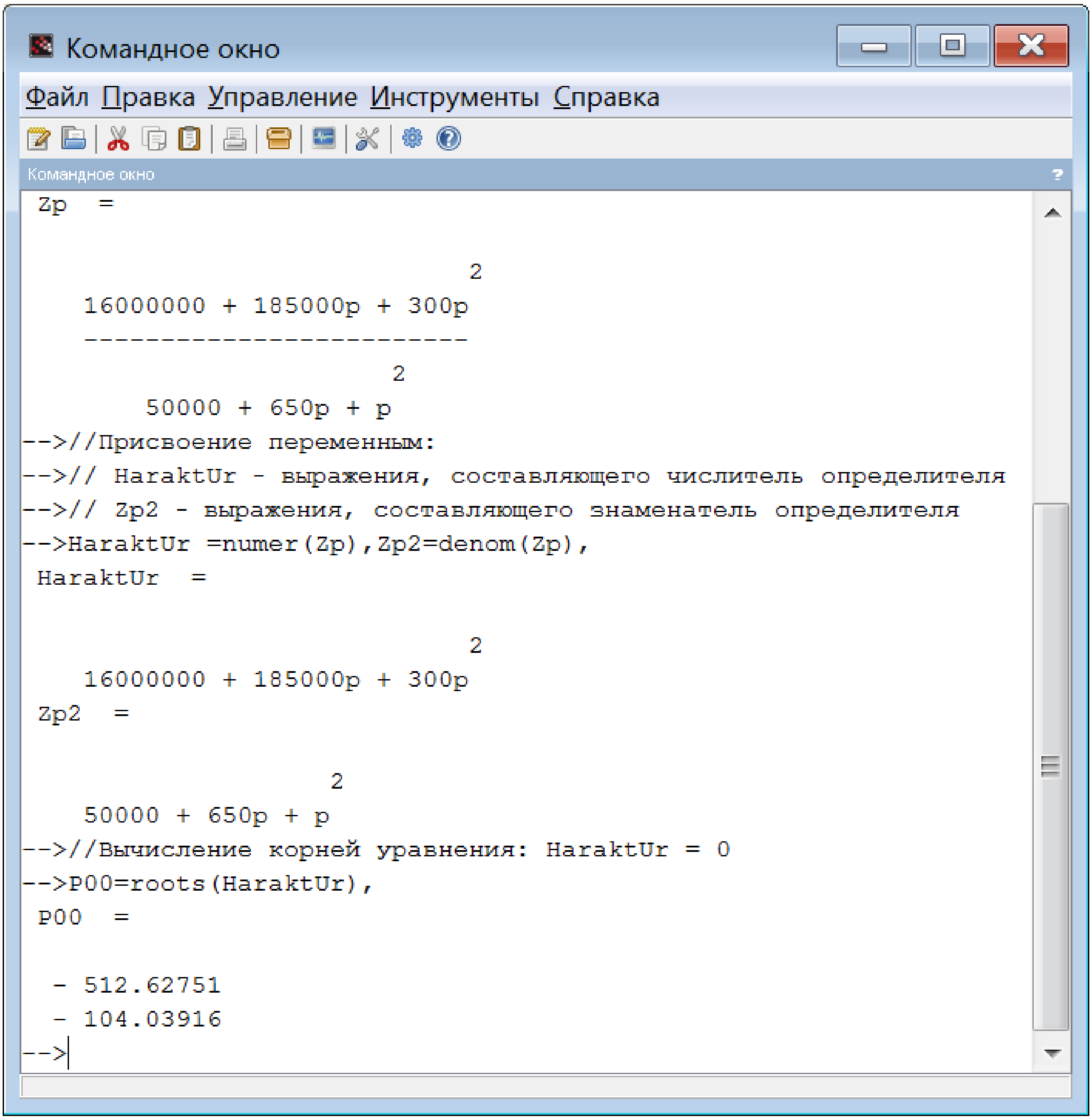



Рис. 12

### 1.3.3. Общий вид уравнений токов и напряжений, действующих в исследуемой ЛЭЦ во время ПП

$$u = U_1 e^{-j\,512{,}62751\,t} + U_2 e^{-j\,104{,}03916\,t} + u_{пр};$$

$$i = I_1 e^{-j\,512{,}62751\,t} + I_2 e^{-j\,104{,}03916\,t} + i_{пр}.$$

### 1.3.4. Вычисление постоянных интегрирования напряжения на конденсаторе

Напряжение на конденсаторе и скорость его изменения

$$\begin{cases} u_C = U_{C_1}e^{p_1 t} + U_{C_2}e^{p_2 t} + U_{C_{\text{пр}}} = \frac{1}{C}\int i_C dt; \\ \frac{du_C}{dt} = p_1 U_{C_1}e^{p_1 t} + p_2 U_{C_2}e^{p_2 t} = \frac{d\int i_C dt}{C\,dt} = \frac{i_C}{C}; \end{cases}$$

В момент коммутации ключа (при $t$ = 0)

$$\begin{cases} u_C(0) = U_{C_1} + U_{C_2} + U_{C_{\text{пр}}}; \\ \frac{du_C}{dt}(0) = p_1 U_{C_1} + p_2 U_{C_2} = \frac{i_C(0)}{C}; \end{cases}$$

Учитывая, что принужденная составляющая напряжения на конденсаторе (см. 1.2.5) равна $U_{C\,пр}$ = 50 В, а в момент коммутации (см. 1.2.3) напряжение на конденсаторе $u_C(0)$ = 100 В, а ток через него $i_C(0)$ = – 0,5 А, после подстановки числовых значений корней характеристического уравнения $p_1$ и $p_2$, получим

$$\begin{cases} 100 = U_{C_1} + U_{C_2} + 50; \\ p_1 U_{C_1} + p_2 U_{C_2} = \frac{-0{,}5}{C}; \end{cases} \quad => \quad \begin{cases} U_{C_1} + U_{C_2} = 50; \\ p_1 U_{C_1} + p_2 U_{C_2} = \frac{-0{,}5}{C}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{C_1} + U_{C_2} = 50; \\ p_1 U_{C_1} + p_2 U_{C_2} = \frac{-0{,}5}{C}; \end{cases}$$

Дополним Scilab-код следующими строками:

```
//Переменным p1 и p2 присвоить значения элементов матрицы P00
p1=P00(1), p2=P00(2),

//Объявим матрицу коэффициентов Mk
Mk=[1 1; p1 p2];

//Объявим матрицу свободных членов Ms
Ms=[50; (– 0.5/C)];

//Рассчитаем матрицу значений постоянных интегрирования Uc
Uc=Mk\Ms,
```

В результате исполнения программного кода, получено

$U_{C1}$ **= – 0.4942818 В;** $U_{C2}$ **= 50.494282 В.**

С учетом этого,

$$\boldsymbol{u_C = -\,0.4942818\, e^{-j\,512{,}62751\,t} + 50.494282\, e^{-j\,104{,}03916\,t} + 50.}$$

Учитывая, что

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = Cp_1U_{C_1}e^{p_1t} + Cp_2U_{C_2}e^{p_2t},$$

$$\boldsymbol{i_C = I_1\, e^{-j\,512{,}62751\,t} + I_2\, e^{-j\,104{,}03916\,t}}$$

получим

$$\boldsymbol{I_1 = Cp_1U_{C1}} = 0{,}0253382 \text{ А}, \qquad \boldsymbol{I_2 = Cp_2U_{C\,2}} = -\,0{,}5253382 \text{ А}.$$

$$\boldsymbol{i_C = 0{,}0253382\, e^{-j\,512{,}62751\,t} - 0{,}5253382\, e^{-j\,104{,}03916\,t}}$$

### 1.3.5. Графики изменения напряжения и тока конденсатора в течение ПП

Дополним Scilab-код следующими строками:

```
Tau = -1/p2, //Рассчитали наибольшую постоянную времени ПП
T=0.05;//T присвоили округленное пятикратно увеличенное значение Tau
//T – диапазон развертки интервала времени,
//в котором ПП практически заканчивается
dT=T/1000,//Задали шаг развертки интервала
t=[0:dT:T];//Задали массив значений переменной t в диапазоне от 0 до T
/Активизировав верхнюю часть графического окна из 2 частей
subplot(2,1,1),xtitle("Напряжение на конденсаторе");
//Рассчитали массив значений напряжения на конденсаторе для всех t
uc=Uc1*exp(p1*t)+Uc2*exp(p2*t)+50;
plot(t,uc);xgrid;//Построили график напряжения на конденсаторе
/Активизировав нижнюю часть графического окна из 2 частей
subplot(2,1,2),xtitle("Ток конденсатора");
//Рассчитали массив значений тока конденсатора для всех t
ic=Ic1*exp(p1*t)+Ic2*exp(p2*t);
plot(t,ic,"r");xgrid;//Построили график тока конденсатора
```

На рис. 13 показан результат исполнения программного кода

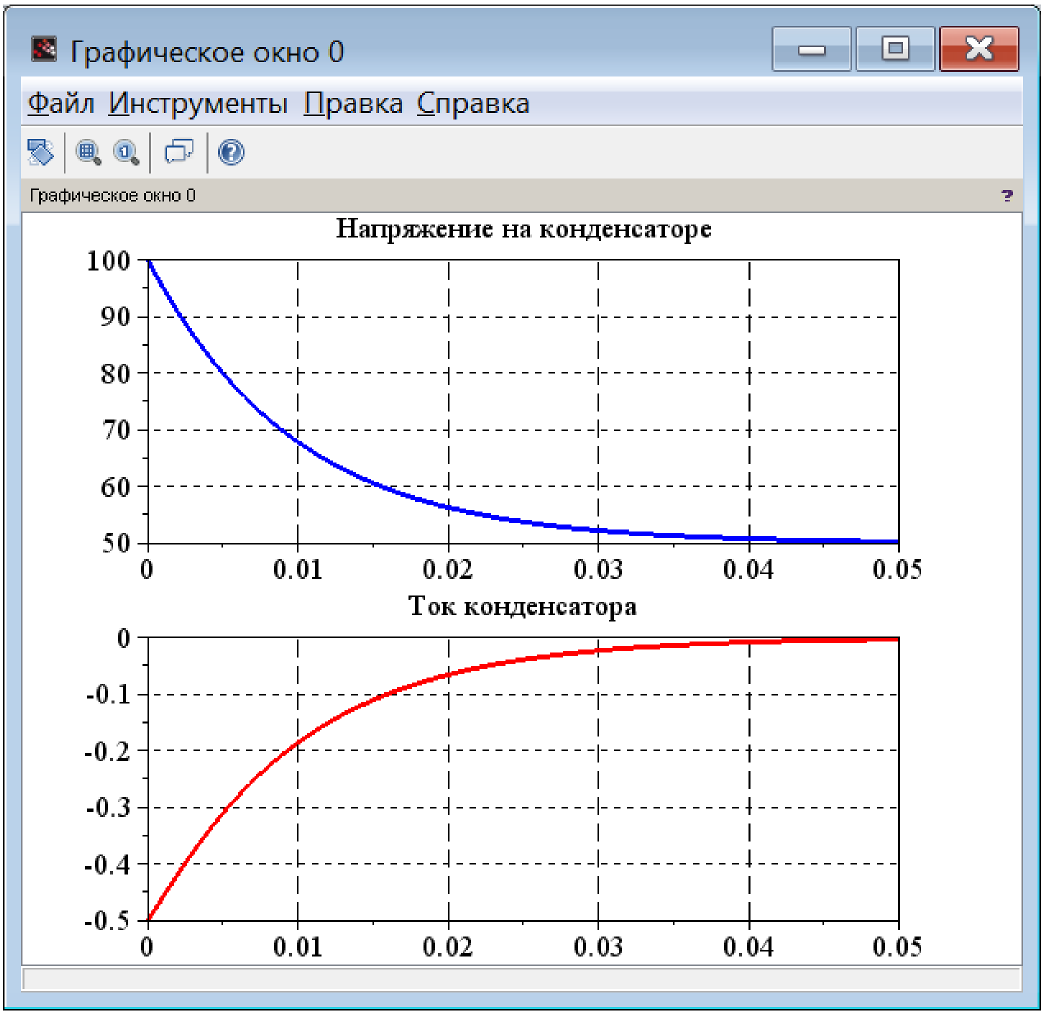



Рис. 13

### 1.3.6. Компьютерная Qucs-симуляция работы исследуемой ЛЭЦ в режиме ПП

Результаты Qucs-симуляции работы исследуемой ЛЭЦ в переходном процессе, вызванном коммутацией ключа, показаны на рис. 14.

Сравним результаты компьютерной симуляции, см. рис. 14, с результатами вычислительного эксперимента, см. рис. 13.

Графики исследованных параметров совпадают.

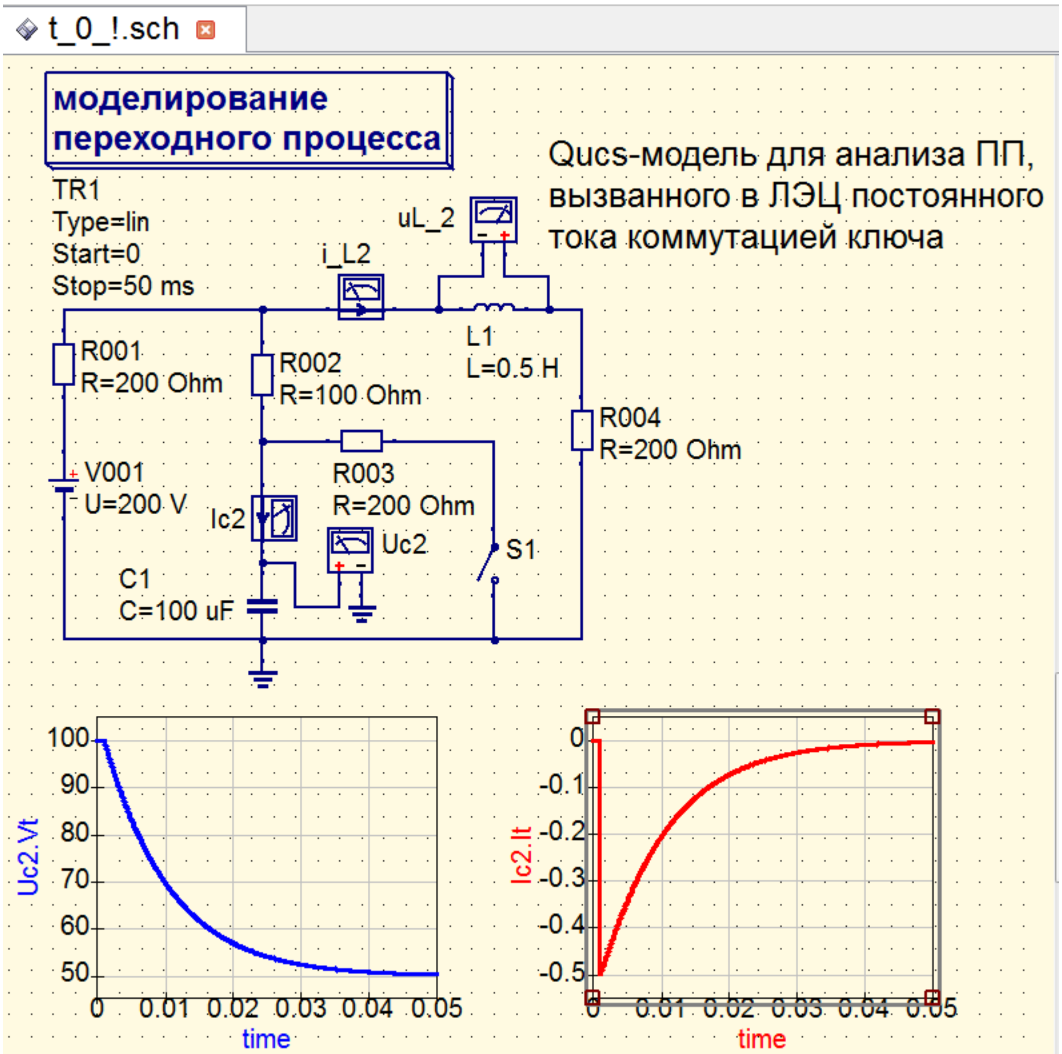



Рис. 14

### 1.3.7. Особенности расчета колебательных ПП

Модифицируем исследуемую ЛЭЦ таким образом, чтобы корни характеристического уравнения стали комплексными (см. рис. 15).

$R_1$ = 1000 Ом; $R_2$ = 1 Ом;

$R_3$ = 100 Ом; $R_4$ = 500 Ом;

$L$ = 0,1 Гн; $C$ = 0,5 мкФ;

$E$ = 200 В

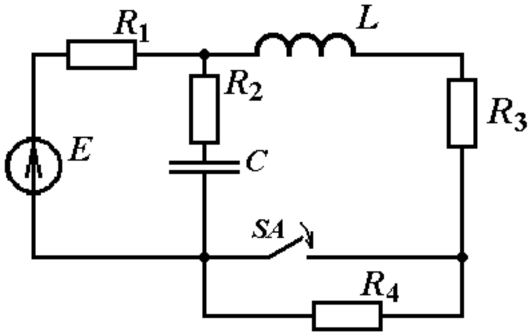



Рис. 15

Рассчитаем ПП в этой цепи классическим методом.

### Расчетная схема и анализ поведения исследуемой ЛЭЦ в момент времени непосредственно перед коммутацией ключа ($t = 0_-$)

На рис. 16 приведена расчетная схема исследуемой цепи в момент времени ***непосредственно перед коммутацией ключа***.

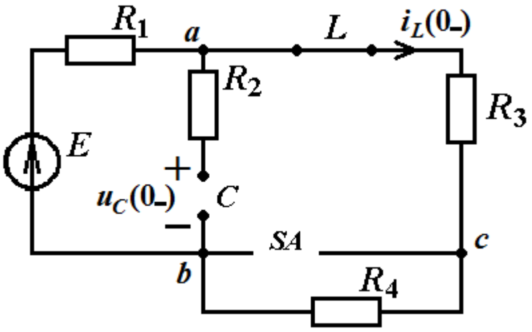



Рис. 16

$$i_L(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{200}{1000 + 100 + 500} = 0{,}125 \text{ (А)}, \quad u_L(0_-) = 0.$$

$$i_C(0_-) = 0, \qquad u_C(0_-) = (R_3 + R_4)i_L(0_-) = 600 \times 0{,}125 = 75 \text{ (В)}.$$

Получили $u_C(0_-) = 75$ В, $i_C(0_-) = 0$ А, $u_L(0_-) = 0$ В, $i_L(0_-) = 0$ 0.125 (А).

### Расчетная схема и анализ поведения исследуемой ЛЭЦ в момент времени непосредственно после коммутации ключа ($t = 0_+$)

На рис. 17 приведена расчетная схема исследуемой цепи в момент времени ***непосредственно после коммутации ключа***.

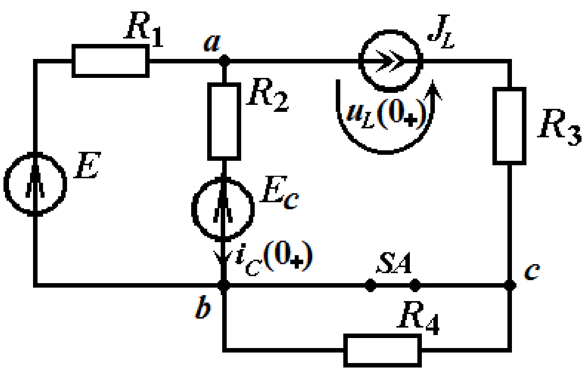



Рис. 17

**$E$ = 200 В, $R_1$ = 1000 Ом; $R_2$ = 1 Ом; $R_3$ = 100 Ом; $E_C$ = 75 В, $J_L$ = 0,125 А.**

$$u_{ab}(0_+) = \frac{\frac{E}{R_1} + \frac{E_C}{R_2} - J_L}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + \infty}} = \frac{\frac{200}{1000} + \frac{75}{1} - 0{,}125}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{1} + 0} = 75\ (\text{В}),$$

$$i_C(0_+) = \frac{u_{ab}(0_+) - E_C}{R_2} = \frac{75 - 75}{1} = 0\ (\text{А}).$$

$$u_L(0_+) = u_{ab}(0_+) - R_3 J_L = 75 - 100 \times 0.125 = 62{,}5\ (\text{В}).$$

**Расчетная схема исследуемой ЛЭЦ**
**для анализа режима работы исследуемой ЛЭЦ,**
**установившегося по завершению ПП (момент времени t = ∞)**

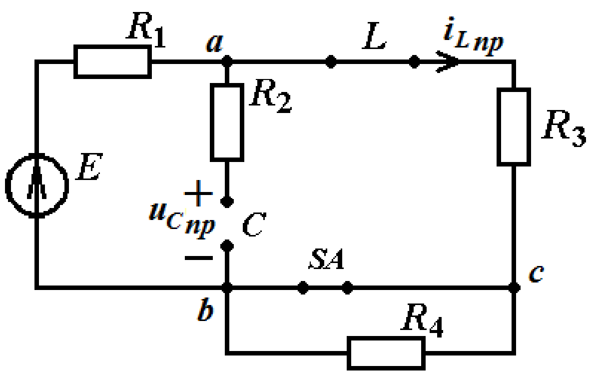



Рис. 18

**$E$ = 200 В, $R_1$ = 1000 Ом; $R_3$ = 100 Ом;**

$$i_{L_{\text{пр}}} = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{200}{1000 + 100} = \frac{2}{11} \approx 0{,}18\ (\text{А}).$$

$$u_{C_{\text{пр}}} = R_3\, i_{L_{\text{пр}}} = 100 * \frac{2}{11} = \frac{200}{11} \approx 18{,}18\ (\text{В}).$$

**Получение характеристического уравнения**
**методом входного сопротивления**

На рис. 19 приведена схема для составления характеристического уравнения методом входного сопротивления

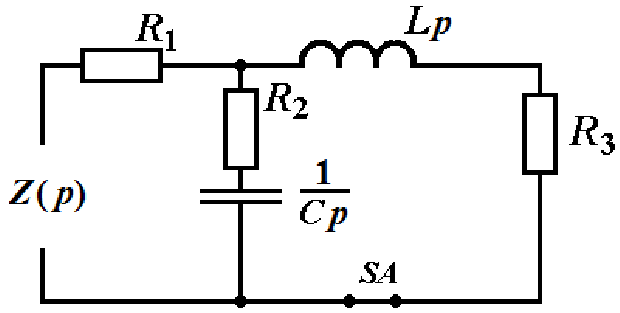



Рис. 19

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)(R_3 + Lp)}{\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right) + (R_3 + Lp)} = 0.$$

Дополним Scilab-код следующими строками:

```
clc;
E=200;R1=1000;R2=1;R3=100;Ec=75,JL=0.125;
C=0.5/1000000;L=0.1;
//Объявление переменной p аргументом полинома
p=poly(0,"p");
  Zp=R1+((R2+(1/(C*p)))*(R3+L*p))/((R2+(1/(C*p)))+(R3+L*p))
//Присвоение переменным:
// HaraktUr – выражения, составляющего числитель определителя
// Zp2 – выражения, составляющего знаменатель определителя
HaraktUr =numer(Zp),Zp2=denom(Zp),
//Вычисление корней уравнения: HaraktUr = 0
P00=roots(HaraktUr),
p1=P00(1),p2=P00(2),
```

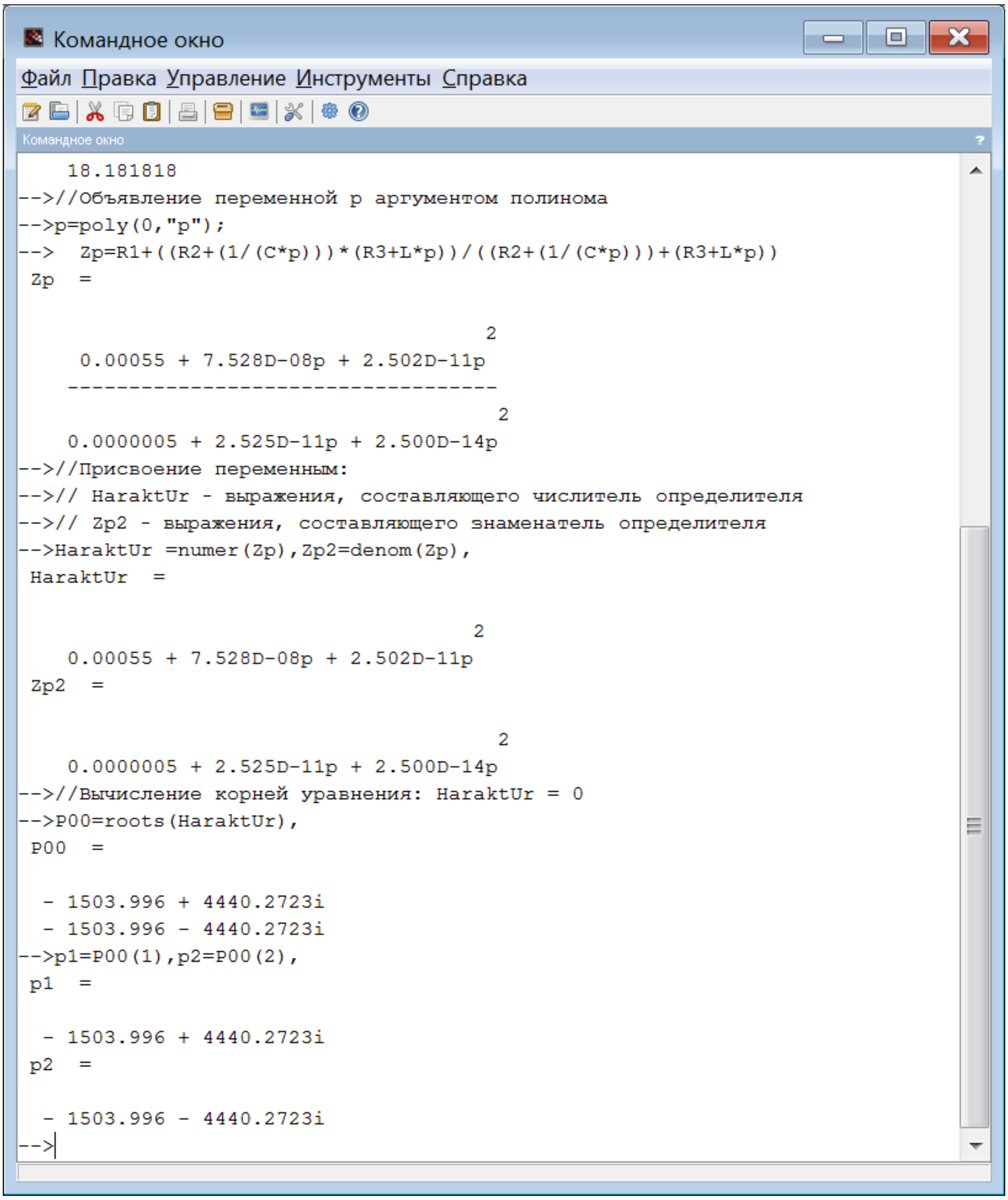
После выполнения Scilab-кода, см. рис. 20, получили характеристическое уравнение

$$\boldsymbol{Z(p) = 2{,}502\times10^{-11}\, p^2 + 7{,}528\times10^{-8}\, p + 0{,}00055 = 0.}$$

Это уравнение имеет два комплексно-сопряженных корня.

$$\boldsymbol{p_{1,2} = -\delta \pm j\omega = -1503{,}996 \pm j4440{,}2723,}$$

где $\boldsymbol{\delta = 1503{,}996\ с^{-1}}$, $\boldsymbol{\omega = 4440{,}2723\ с^{-1}}$.



```
Командное окно
Файл Правка Управление Инструменты Справка
Командное окно
   18.181818
-->//Объявление переменной р аргументом полинома
-->p=poly(0,"p");
-->  Zp=R1+((R2+(1/(C*p)))*(R3+L*p))/((R2+(1/(C*p)))+(R3+L*p))
 Zp  =
 
                                     2
     0.00055 + 7.528D-08p + 2.502D-11p
    -----------------------------------
                                      2
    0.0000005 + 2.525D-11p + 2.500D-14p
-->//Присвоение переменным:
-->// HaraktUr - выражения, составляющего числитель определителя
-->// Zp2 - выражения, составляющего знаменатель определителя
-->HaraktUr =numer(Zp),Zp2=denom(Zp),
 HaraktUr  =
 
                                    2
    0.00055 + 7.528D-08p + 2.502D-11p
 Zp2  =
 
                                      2
    0.0000005 + 2.525D-11p + 2.500D-14p
-->//Вычисление корней уравнения: HaraktUr = 0
-->P00=roots(HaraktUr),
 P00  =
 
  - 1503.996 + 4440.2723i
  - 1503.996 - 4440.2723i
-->p1=P00(1),p2=P00(2),
 p1  =
 
  - 1503.996 + 4440.2723i
 p2  =
 
  - 1503.996 - 4440.2723i
-->
```

Рис. 20

**Общий вид уравнений токов и напряжений, действующих в исследуемой ЛЭЦ во время колебательного ПП**

$$u = U\,e^{-\,\delta t}\,\sin(\omega t + \psi_u) + u_{пр};$$

$$i = I\,e^{-\,\delta t}\,\sin(\omega t + \psi_i) + i_{пр}.$$

С учетом этого, напряжение на конденсаторе аналитически описывается уравнением:

$$u_C = U_C\,e^{-\,\delta t}\,\sin(\omega t + \psi_u) + u_{\text{пр}};$$

$$u_C = U_C e^{-1503{,}996t}\sin(4440{,}2723t + \psi_u) + 18{,}18,$$

где $U_C$ и $\psi_u$ – постоянные интегрирования, для вычисления которых выразим ток конденсатора

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = -C\delta U_C e^{-\delta t}\sin(\omega t + \psi_u) + C\omega U_C e^{-\delta t}\cos(\omega t + \psi_u)$$

Для вычисления постоянных интегрирования решим систему из этих уравнений при $t = 0$

$$\begin{cases} u_C(0) = U_C\sin(\psi_u) + u_{\text{пр}} \\ i_C(0) = -C\delta U_C\sin(\psi_u) + C\omega U_C\cos(\omega t + \psi_u), \end{cases}$$

где $U_C$ и $\psi_u$ – постоянные интегрирования, для вычисления которых выразим ток конденсатора

$$\begin{cases} u_C(0) = U_C\sin(\psi_u) + u_{\text{пр}} \\ i_C(0) = -C\delta U_C\sin(\psi_u) + C\omega U_C\cos(\psi_u), \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_C\sin(\psi_u) = u_C(0) - u_{\text{пр}} \\ i_C(0) = -C\delta(u_C(0) - u_{\text{пр}}) + C\omega U_C\cos(\psi_u), \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_C\sin(\psi_u) = u_C(0) - u_{\text{пр}} \\ U_C\cos(\psi_u) = \dfrac{i_C(0) + C\delta\big(u_C(0) - u_{\text{пр}}\big)}{C\omega} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg}(\psi_u) = \frac{C\omega\big(u_C(0) - u_{\text{пр}}\big)}{i_C(0) + C\delta\big(u_C(0) - u_{\text{пр}}\big)}$$

$$U_C = \frac{u_C(0) - u_{\text{пр}}}{\sin(\psi_u)}$$

С учетом того, что $u_C(0_+) = 75$ В; $i_C(0_+) = 0$ А; $u_{C\text{пр}} = 18{,}18$ В; $L = 0{,}1$ Гн; $C = 0{,}5$ мкФ; $\delta = 1503{,}996$ с$^{-1}$; $\omega = 4440{,}2723$ с$^{-1}$.

$$\operatorname{tg}(\psi_u) = \frac{5\times 10^{-5}\times 4440{,}2723(75 - 18{,}18)}{0 + 5\times 10^{-5}\times 1503{,}996\,(75 - 18{,}18)}$$

$$\mathrm{tg}(\psi_u) = \frac{4440,2723}{1503,996} \approx 2,9523165$$

$$\psi_u \approx 71,287882^{\mathrm{o}} \approx 71^{\mathrm{o}}$$

$$U_C = \frac{u_C(0) - u_{\text{пр}}}{\sin(\psi_u)} = \frac{75 - 18,18}{0,9471424} \approx 59,989056 \text{ (В)}.$$

$$U_C \approx 60 \text{ В.}$$

$$u_C = 60\, e^{-4440,2723\, t} \sin(4440,2723\, t + 71^{\mathrm{o}}) + 18,18;$$

$$i_C = -C\delta U_C e^{-\delta t}\sin(\omega t + \psi_u) + C\omega U_C e^{-\delta t}\cos(\omega t + \psi_u)$$

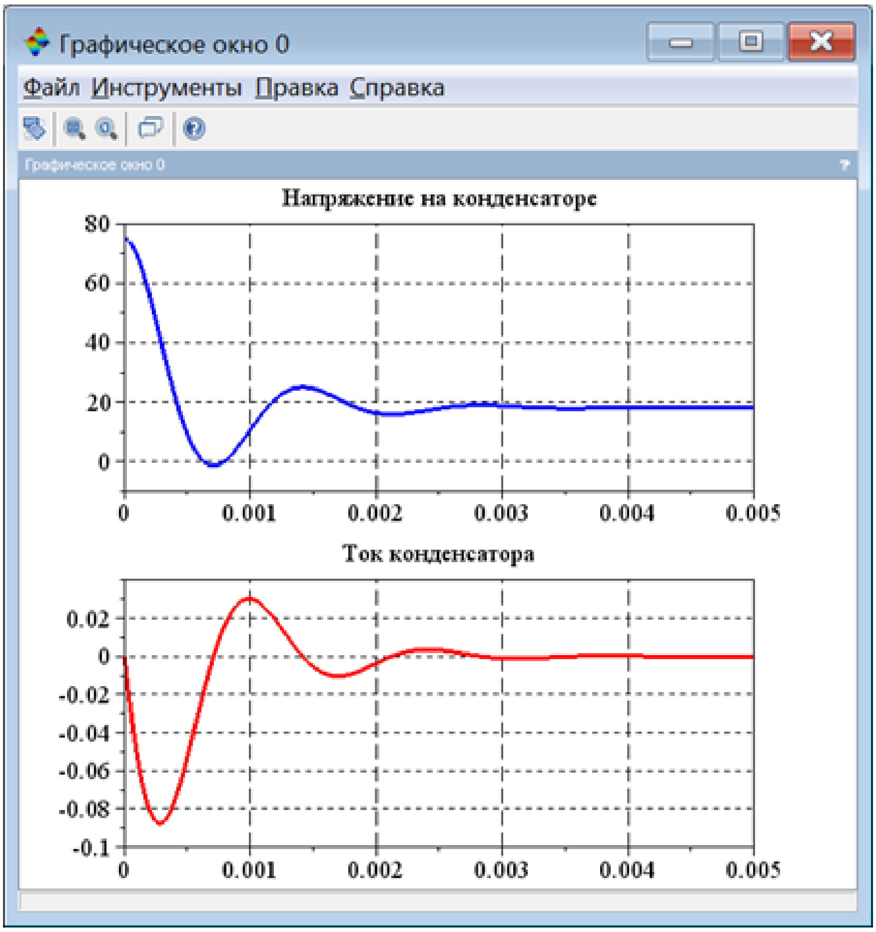
**Графики изменения напряжения и тока конденсатора в течение ПП**

На рис. 21 приведены графики изменения напряжения и тока конденсатора в течение ПП, построенные в среде ***Scilab*** и с помощью Qucs.

***Scilab-код***

```
clc;
E=200;R1=1000;R2=1;R3=100;Ec=75,JL=0.125;C=0.5/1000000;L=0.1;
Uab0=((E/R1)+(Ec/R2)-JL)/((1/R1)+(1/R2)),
iC0=(Uab0-Ec)/R2,uL0=(Uab0-R3*JL),
iLpr=E/(R1+R3),uCpr=R3*iLpr
//Объявление переменной p аргументом полинома
p=poly(0,"p");
  Zp=R1+((R2+(1/(C*p)))*(R3+L*p))/((R2+(1/(C*p)))+(R3+L*p))
//Присвоение переменным:
// HaraktUr – выражения, составляющего числитель определителя
// Zp2 – выражения, составляющего знаменатель определителя
HaraktUr =numer(Zp),Zp2=denom(Zp),
//Вычисление корней уравнения: HaraktUr = 0
P00=roots(HaraktUr),
p1=P00(1),p2=P00(2),
Delta=-real(p1),w=imag(p1),Tan=w/Delta
PsiUc=atand(Tan), SinPsi=sind(PsiUc),PsiUc1=atan(Tan)
Uc=(Ec-uCpr)/SinPsi
Tau=5/Delta,
```

```
T=0.005;dT=T/1000,t=[0:dT:T];
subplot(2,1,1),xtitle("Напряжение на конденсаторе");
uc=Uc*exp(-Delta*t).*sin(w*t+PsiUc1)+uCpr;plot(t,uc);xgrid;
subplot(2,1,2),xtitle("Ток конденсатора");
ic=-C*Delta*Uc*exp(-Delta*t).*sin(w*t+PsiUc1)+C*w*Uc*exp(-
Delta*t).*cos(w*t+PsiUc1);
plot(t,ic,"r");xgrid;
```



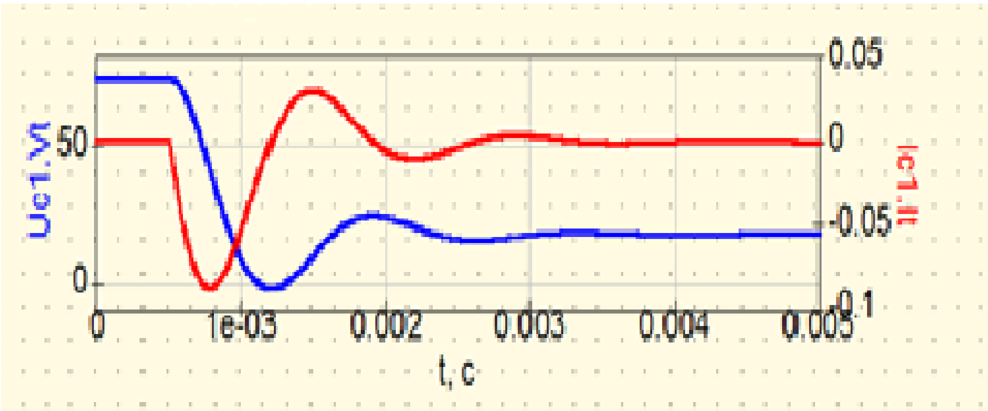




Рис. 21

**Компьютерная Qucs-симуляция работы исследуемой ЛЭЦ в режиме ПП**

На рис. 21 приведены результаты Qucs-симуляция работы исследуемой ЛЭЦ в режиме ПП

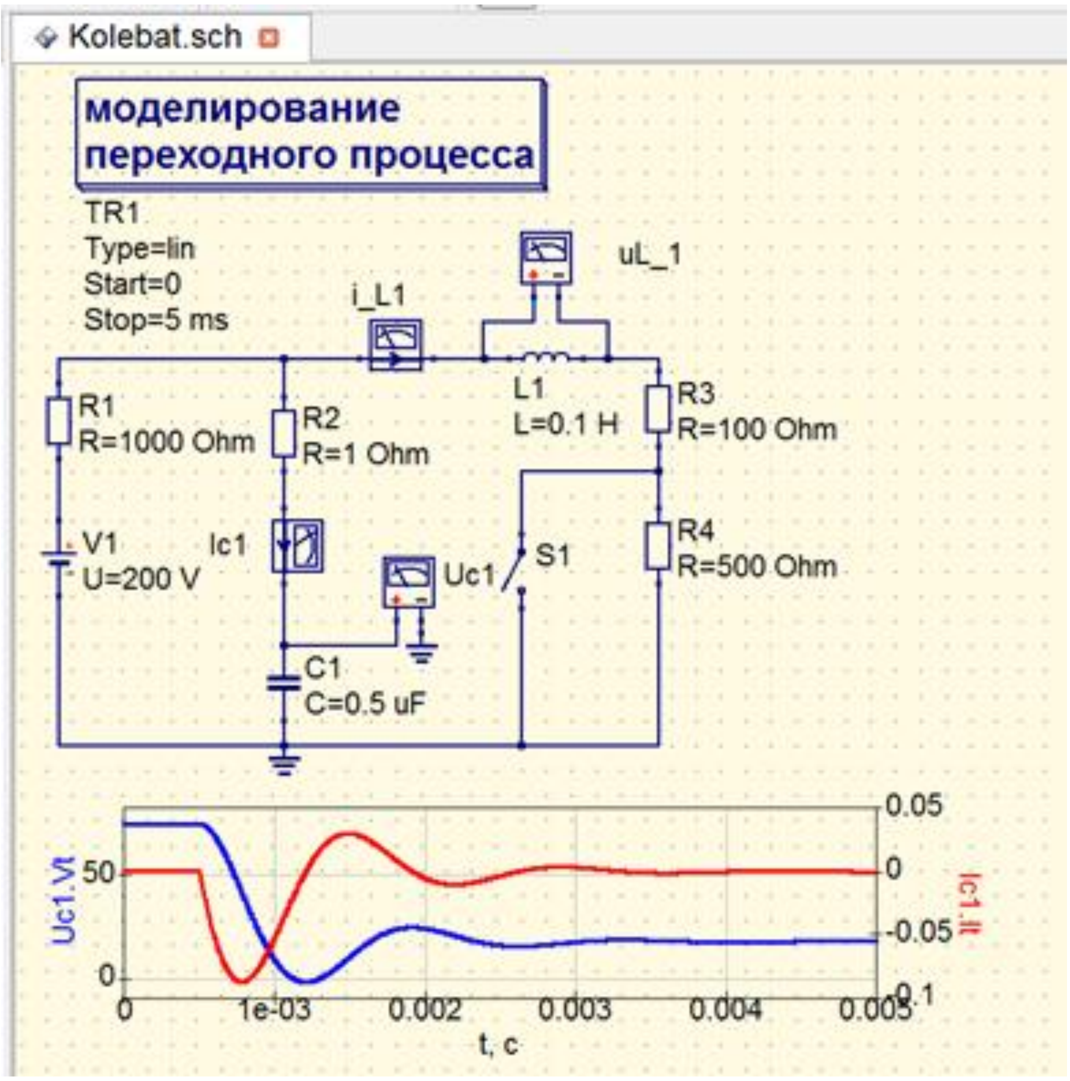



Рис. 22

**Заключение**

В учебно-методической работе, адресованной студентам и курсантам технических специальностей и направлений, изучающих электротехнику, на конкретных примерах проиллюстрировано применение классического метода исследования переходных процессов, на основе использования современных программно-аппаратных средств.