

## ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ КРУГОВОЙ ДИАГРАММЫ ТОКА АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА, РАБОТАЮЩЕГО НА ИЗМЕНЯЕМУЮ НАГРУЗКУ

А.Ф. Шиян

10.04.2012

Как известно, любая часть цепи синусоидального тока, соединенная с остальной цепью лишь двумя проводниками, является двухполюсником. Если в структуру двухполюсника входят синусоидальные источники электрической энергии, двухполюсник классифицируется как активный. Любой активный двухполюсник, состоящий только из линейных элементов, может быть представлен схемой замещения эквивалентного генератора (рис.1).

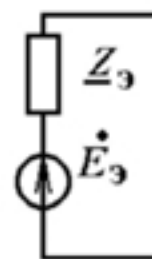


Рис. 1

Остальная часть ЛЭЦ, по отношению к активному двухполюснику, является внешней. Параметры, характеризующие генератор, как правило, остаются неизменными, а меняется нагрузка генератора – остальная часть цепи, внешняя, по отношению к генератору. Поэтому, ВАХ активного двухполюсника (и ВАХ эквивалентного генератора), полученную путем изменения нагрузки, называют внешней характеристикой активного двухполюсника.

При исследовании ЛЭЦ постоянного тока внешняя ВАХ активного двухполюсника достаточно полно характеризует его поведение при работе на изменяющуюся по величине нагрузку. Описывать поведение цепей синусоидального тока сложнее. Внешняя ВАХ активного двухполюсника в цепях синусоидального тока, с помощью графика или таблицы показывает взаимную связь модулей действующих значений тока и напряжения двухполюсника при работе на изменяющуюся нагрузку. Вид внешней характеристики изменяется при изменении характера нагрузки. Кроме того, она не дает представлений об изменениях фазовых сдвигов выходного тока и напряжения активного двухполюсника при изменении внешней нагрузки.

Более полное представление о поведении активного двухполюсника синусоидального тока в конкретном режиме его работы дает векторная диаграмма тока и напряжения для этого режима. Однако, если нагрузка двухполюсника непрерывно изменяется, совокупность векторов полностью зачертит область пространства комплексной плоскости, что затруднит восприятие и осмысление исследуемого процесса.

Не имеет смысла наносить на комплексную плоскость все векторы токов и/или напряжений для каждого из рассчитанных значений нагрузки активного двухполюсника. На практике поступают иначе: наносят лишь точку, соответствующую концу каждого вектора тока или напряжения. Совокупность точек, которые описывает конец вектора выходного тока (или напряжения) активного двухполюсника при изменении величины сопротивления нагрузки, составляет линию, именуемую годографом этого вектора.

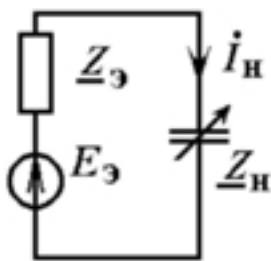


Рис. 2

Для того чтобы выяснить, какой вид имеет годограф вектора тока активного двухполюсника синусоидального тока, эквивалентное сопротивление которого носит активно-индуктивный характер, при изменении величины емкостного сопротивления нагрузки  $Z_H = Z_H e^{j\varphi_H}$ , составим для его схемы замещения (рис. 2) математическую модель, основанную на символической форме закона Ома для замкнутой цепи:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_3}{Z_3 + Z_H}$$

Разделим и числитель и знаменатель полученного выражения на внутреннее сопротивление двухполюсника  $Z_3 = Z_3 e^{j\varphi_3}$ , тогда в числителе получим ток короткого замыкания этого двухполюсника  $\dot{I}_{к.з} = E_3 / Z_3$  и выражение для вычисления тока конденсатора в следующем виде:

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_{к.з}}{1 + \frac{Z_H}{Z_3} e^{j\Psi}}$$

где  $\Psi = \varphi_H - \varphi_3$ .

Это уравнение известно в математике как уравнение окружности на комплексной плоскости. Чтобы построить окружность, достаточно знать положение одной из ее хорд и одной из касательных. Одной хордой является вектор тока короткого замыкания, который стоит в числителе полученного нами выражения. Касательной явится луч, развернутый от продолжения вектора тока короткого замыкания на угол  $+\Psi$ .

Проведем перпендикуляр к середине хорды (к середине вектора тока короткого замыкания) и перпендикуляр к касательной, в точке ее пересечения

с хордой. Точка пересечения этих перпендикуляров даст нам центр искомой окружности.

**Пример 1. Геометрический способ построения круговой диаграммы тока активного двухполюсника.** Построить годограф вектора тока активного двухполюсника, работающего на изменяемую нагрузку. Расчетная символическая схема замещения двухполюсника показана на рис. 2. ЭДС эквивалентного генератора равна 100 В, сопротивление эквивалентного генератора  $Z_{\Sigma} = (10 + j 10) \text{ Ом}$ , сопротивление нагрузки  $Z_{\text{H}} = -j 10 \text{ Ом}$ .

Дано:

$$\dot{E} = 100 \text{ В};$$

$$Z_{\Sigma} = (10 + j 10) \text{ Ом} = 14,1 e^{j 45^{\circ}} \text{ Ом};$$

$$Z_{\text{H}} = -j 10 \text{ Ом} = 10 e^{-j 90^{\circ}} \text{ Ом};$$

Построить годограф вектора тока

**Решение:**

1. Рассчитаем ток короткого замыкания эквивалентного генератора

а) в алгебраической форме

$$I_k = \frac{100}{10 + j10} = \frac{10}{1 + j} = \frac{10 - j10}{2} = 5 - j5;$$

б) в показательной форме

$$I_k = (5 - j 5) \text{ А} \approx 7,07 e^{-j 45^{\circ}} \text{ А};$$

2. В масштабе отложим на комплексной плоскости (рис. 2) вектор тока короткого замыкания эквивалентного генератора  $I_k = (5 - j 5) \text{ А}$ . Этот вектор является хордой окружности искомого годографа. Через середину хорды проведем перпендикуляр к ней, который пройдет через центр окружности.

3. Построим касательную к окружности в точке ее пересечения с концом вектора тока короткого замыкания. Для этого рассчитаем угол  $\psi$ , который составляет касательная с продолжением луча, совпадающего с вектором тока короткого замыкания. Учитывая, что

$$\begin{aligned} Z_{\text{H}} = 10 e^{-j 90^{\circ}} \text{ Ом}, & \Rightarrow \varphi_{\text{H}} = -90^{\circ}, \\ Z_{\Sigma} = 14,1 e^{j 45^{\circ}} \text{ Ом}, & \Rightarrow \varphi_{\Sigma} = 45^{\circ}, \end{aligned}$$

получим

$$\psi = \varphi_{\text{H}} - \varphi_{\Sigma} = -90^{\circ} - 45^{\circ} = -135^{\circ}.$$

Таким образом,

$$\psi = -135^{\circ}$$

4. От линии продолжения вектора тока короткого замыкания эквивалентного генератора (рис. 2), под углом  $+\psi = -135^\circ$ , проведем касательную к окружности и восстановим перпендикуляр к ней, проходящий через точку касания

На рис. 3 показаны все этапы построения годографа, линии нагрузки и векторы тока для трех значений сопротивления нагрузки:  $Z_{Н1} = 5 e^{-j90^\circ}$  Ом,  $Z_{Н2} = 10 e^{-j90^\circ}$  Ом и  $Z_{Н3} = 15 e^{-j90^\circ}$  Ом.

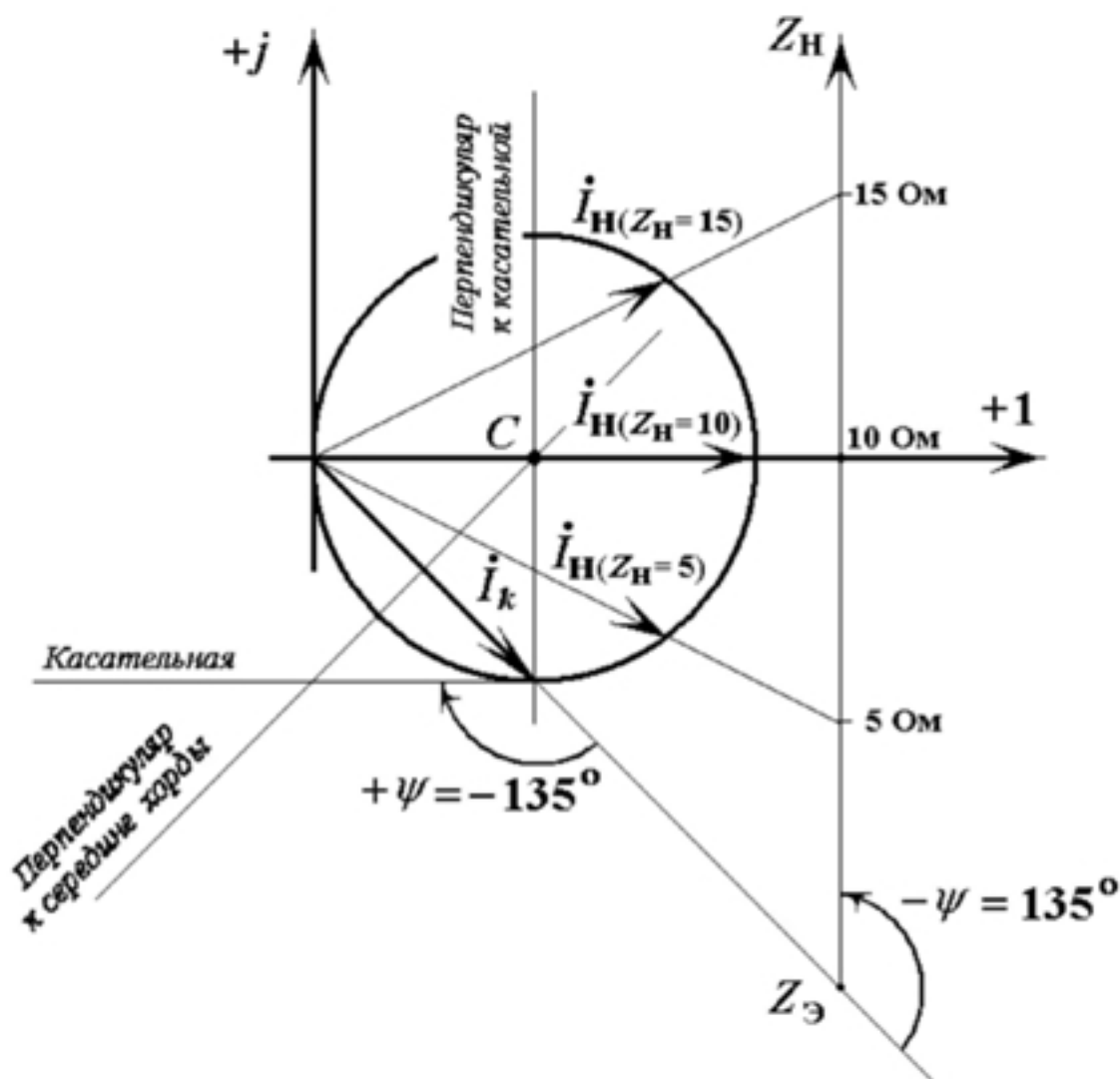


Рис. 3.

**Пример 2.** Использование пакета компьютерной математики Scilab для построения круговой диаграммы тока активного двухполюсника. Для решения рассмотренной выше задачи средствами пакета компьютерной

математики Scilab, создадим в блокноте, интегрированном в пакет, файл-сценарий, приведенный на рис. 4.

```
1 Ee=100; Ze=10+%i*10; n=500;
2 for k=1:n do
3     Zn(k)=k*0.5; Zz(k)=Ze-%i*Zn(k);
4     I(k)=Ee/Zz(k);
5     x(k)=real(I(k)); y(k)=imag(I(k));
6 end
7 plot(x,y);
8 x1=[0,x(1)]; y1=[0,y(1)]; plot(x1,y1,'r');
9 xgrid()
```

Рис. 4

В первой строке файла-сценария заданы исходные данные задачи: ЭДС источника  $E_e = 100$  и комплекс его внутреннего сопротивления  $Z_e = 10 + \%i*10$ . Из этой записи понятно, что мнимая единица в языке пакета Scilab обозначается как  $\%i$ . Строить годограф вектора тока по алгоритму, рассмотренному в примере 1, нерационально. Поэтому задачу решаем напрямую: объявляем цикл из  $n = 500$  повторов, см. строки 1 – 6, рис. 4 и на каждом очередном повторе цикла изменяем сопротивление нагрузки на 0,5 Ома, присваивая это значение  $k$ -му элементу массива  $Z_n(k)$ , см. строку 3. Далее рассчитываем:

- комплекс полного сопротивления исследуемого контура  $Z_z$ , присваивая полученный результат  $k$ -му элементу массива  $Z_z(k)$ , строка 3;
- комплекс тока  $I$ , отдаваемого двухполюсником в нагрузку. Результат вычисления присваиваем  $k$ -му элементу массива  $I(k)$ , строка 4;
- действительную часть комплекса тока присваиваем очередному элементу массива абсцисс – элементу  $x(k)$ , мнимую часть – очередному элементу массива ординат – элементу  $y(k)$ .

По завершению цикла, в строке 7 файла-сценария (рис. 4), с помощью команды **plot(x,y)**, в графическом окне соединяем линиями точки графика  $y(x)$ . В строке 8 объявляем два массива  $x1$  и  $y1$ , в которые записываем координаты начала и конца вектора тока короткого замыкания двухполюсника. В той же строке, командой **plot(x1,y1,'r')**, выводим линию красного цвета (параметр 'r'), совпадающую с вектором тока короткого замыкания двухполюсника.

В строке 9, командой **xgrid( )** задаем вывод на график координатной сетки. Вид графического окна с графиком, полученного после исполнения файла-сценария, показан на рис. 5. Этот результат не является окончательным: оси координат имеют различный масштаб.

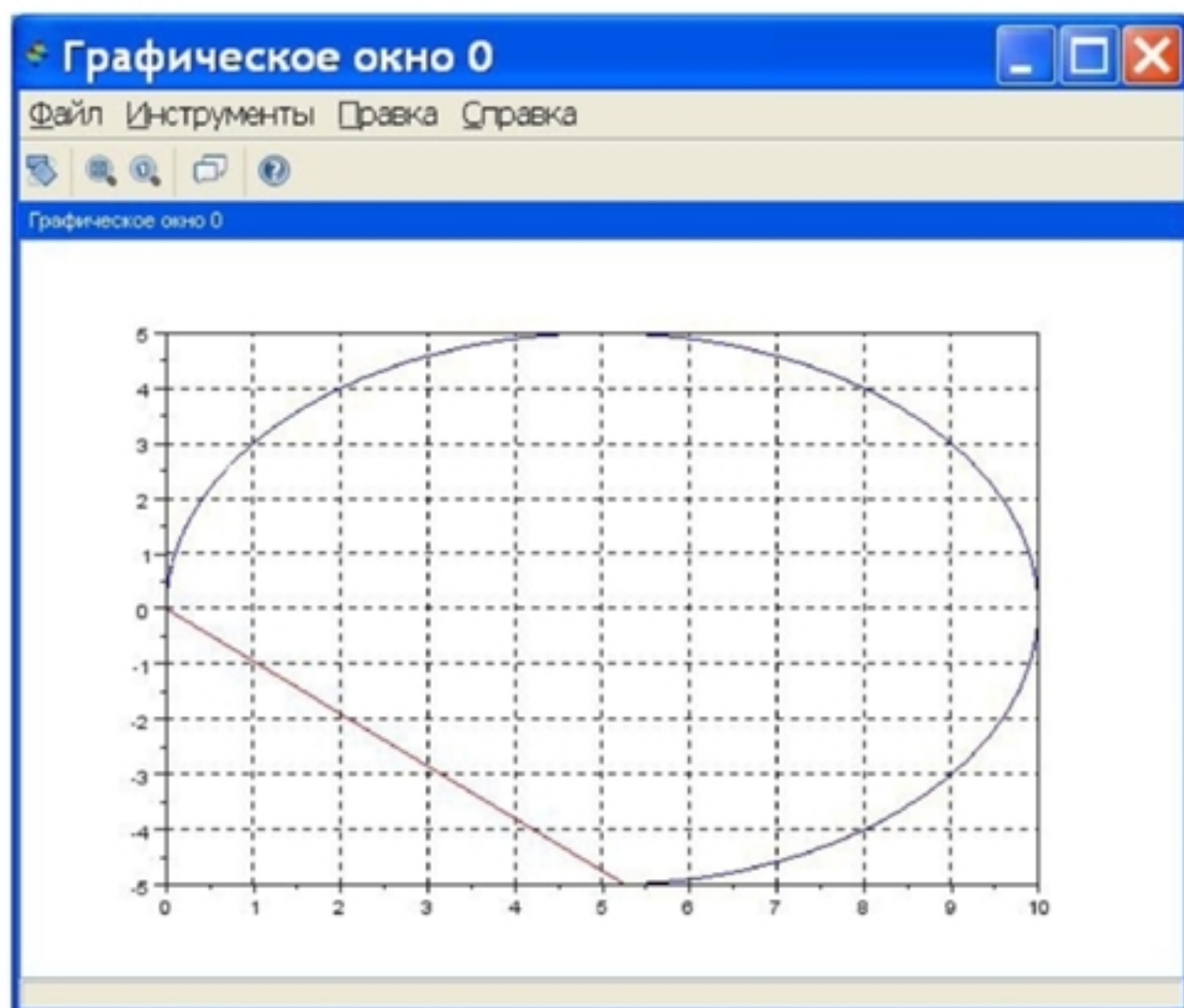


Рис. 5

Чтобы уравнивать масштаб по координатным осям, откроем в меню графического окна вкладку «Правка», см. рис. 6, и выберем пункт «Свойства графического окна...».



Рис. 6

В отрывшемся окне свойств, после выбора папки Axes и открытия ее вкладки объекта свойств Aspect (рис. 7), ставим галочку для включения свойства Isoview. После включения этого свойства, круговая диаграмма приобретает свой законченный вид, см. рис. 8.

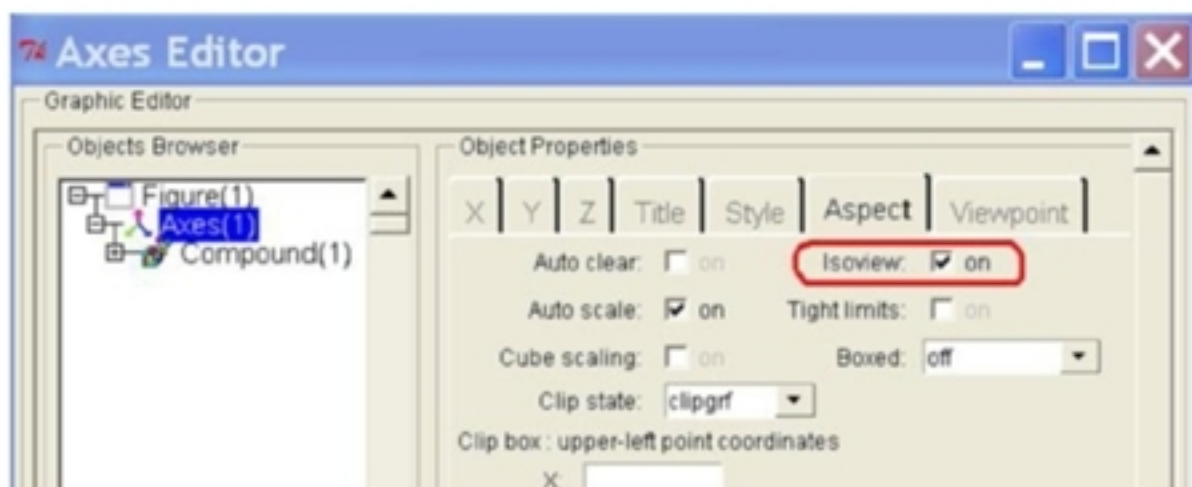


Рис. 7

После включения свойства Isoview, круговая диаграмма приобретает свой законченный вид, см. рис. 8.

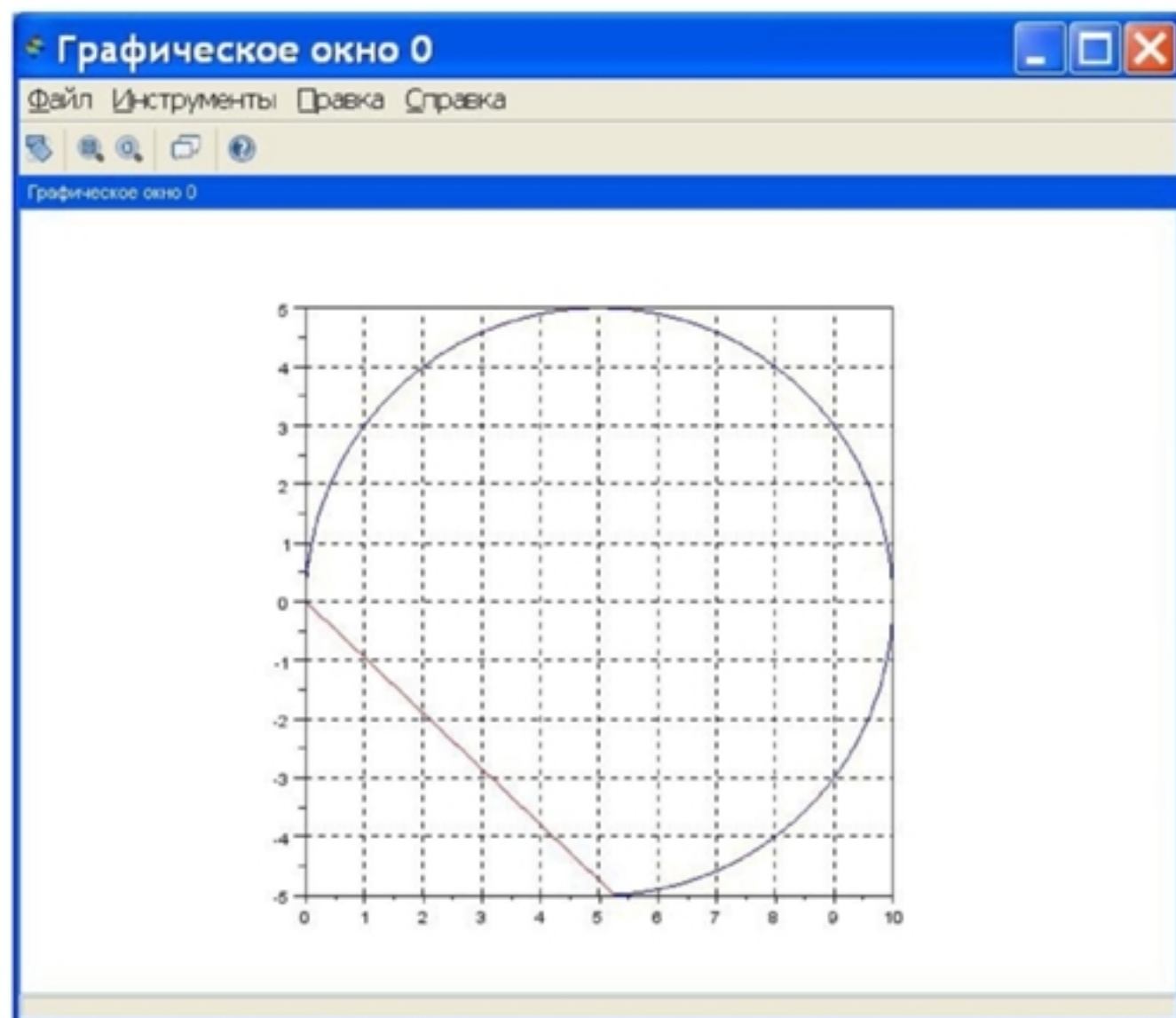


Рис. 8

#### Литература

1. Алексеев, Е. Р. Scilab: Решение инженерных и математических задач / Е.Р.Алексеев, О.В.Чеснокова, Е.А.Рудченко. — М. : ALT Linux ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. — 260с. : ил. ; 8 с. цв. вклейки.— (Библиотека ALT Linux).